

УДК 629.3

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.250822.13.872

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОБЛЕМАХ ОЧИСТКИ ВОДИ

БІЛЯЄВ М. М.¹, *докт. техн. наук, проф.*,
КОЗАЧИНА В. А.^{2*}, *канд. техн. наук, доц.*,
МАШИХІНА П. Б.³, *канд. техн. наук, доц.*,
ЦУРКАН В. В.⁴

¹ Кафедра гідравліки та водопостачання, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 273-15-09, e-mail: diit.hydro.eco@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1531-7882

^{2*} Кафедра гідравліки та водопостачання, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 273-15-09, e-mail: v.kozachyna@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6894-5532

³ Кафедра гідравліки та водопостачання, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 273-15-09, e-mail: gidro_eko@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-3057-9204

⁴ Кафедра гідравліки та водопостачання, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 273-15-09, e-mail: tsurkanvaleri1997@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7433-7306

Анотація. *Постановка проблеми.* Аналіз ефективності роботи очисних споруд у системах водовідведення на етапі їх проєктування має велике значення. Також на етапі реконструкції споруд або налаштування їх роботи в умовах іншого навантаження потрібно знати ефективність очистки води на різних ділянках очисних споруд. Така інформація дає можливість раціонально експлуатувати споруди. Для розв'язання задач даного класу найбільш ефективний інструмент – це метод чисельного моделювання. В роботі розглянуто побудову комплексу чисельних моделей для розв'язання задач даного класу. *Методологія.* Для розв'язання задачі гідродинаміки – визначення поля швидкості потоку стічних вод в очисній споруді – використовуються дві фундаментальні моделі. Перша – модель безвихрового руху нестисливої рідини. Друга модель – рівняння Нав'є–Стокса, що записані у змінних Гельмгольца. Для визначення полів концентрації домішки в очисних спорудах використовується рівняння масопереносу, що враховує швидкість течії, дифузію, наявність джерел емісії домішки. Для розрахунку процесу біологічного очищення стічних вод використовуються рівняння матеріального балансу для субстрату та активного мулу. Для побудови чисельних моделей, що дозволяють розрахувати гідродинаміку потоку та розподіл концентрації домішки в споруді, використовуються скінченорізницьові схеми. Для чисельного розв'язання рівнянь матеріального балансу застосовується метод Ейлера. *Результати.* Побудовано чисельні моделі, що були використані для розробки комплексу комп'ютерних програм. Ці комп'ютерні програми дозволяють у режимі реального часу аналізувати ефективність очистки води у споруді. *Новизна.* Розроблено чисельні моделі, що дозволяють досліджувати процес очистки води в спорудах типу «відстійник» та в аеротенках, тобто для значного класу очисних споруд, що використовуються на практиці. *Практична цінність.* Час розрахунку поля швидкості та концентраційного поля домішки в очисній споруді, що має складну геометричну форму, складає декілька секунд. Це дозволяє використовувати розроблені чисельні моделі для серійних розрахунків у проєктних організаціях у щоденній роботі.

Ключові слова: *очисні споруди водовідведення; очистка води, математичне моделювання; чисельні методи*

MATHEMATICAL MODELING IN WATER TREATMENT PROBLEMS

BILIAIEV M.M.¹, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
KOZACHYNA V.A.^{2*}, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
MASHYKHINA P.B.³, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
TSURKAN V.V.⁴

¹ Department of Hydraulics and Water Supply, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana Str., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 273-15-09, e-mail: diit.hydro.eco@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1531-7882

^{2*} Department of Hydraulics and Water Supply, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana Str., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 273-15-09, e-mail: v.kozachyna@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6894-5532

³ Department of Hydraulics and Water Supply, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana Str., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 273-15-09, e-mail: gidro_eko@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-3057-9204

⁴ Department of Hydraulics and Water Supply, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana Str., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 273-15-09, e-mail: tsurkanvaleri1997@gmail.com, ORCID ID : 0000-0002-7433-7306

Abstract. Problem statement. Analysis of the treatment facilities efficiency in sewerage at the stage of their design is great importance. Also, at the stage of structures' reconstruction or their operation adjustment under different load conditions, it is necessary to know the efficiency of water treatment in different areas of treatment facilities. Such information makes it possible to rationally operate facilities. For solving problems of this class, the most effective tool is the use of the numerical modeling method. The work considers development of numerical models set for solving problems of this class. **Methodology.** Two fundamental models are used to solve the velocity field determination of the wastewater flow in the sewage treatment plant. The first is a model of the vortex-free motion for an incompressible fluid. The second model is the Navier-Stokes equations written in Helmholtz variables. The mass transfer equation is used to determine impurity concentration fields in sewage treatment plants, which takes into account flow velocity, diffusion and the presence of impurity emission sources. Material balance equations for the substrate and activated sludge are used to calculate the process of biological wastewater treatment. Finite-difference schemes are used to build numerical models that allow calculating the hydrodynamics of the flow and the distribution of the impurity concentration in the facility. The Euler method is used for the numerical solution of the material balance equations. **Results.** Numerical models were built, which were used to develop a complex of computer programs. These computer programs allow real-time analysis of the water treatment efficiency in the facility. **Scientific novelty.** Numerical models have been developed that allow investigating the process of water treatment in facilities of the «settler» type and in aeration tanks, that is, for a significant class of treatment facilities used in practice. **Practical value.** The calculation time of the velocity field and the impurity concentration field in a water treatment plant with a complex geometric shape is few seconds. This allows using the developed numerical models for serial calculations in project organizations in daily work.

Keywords: *water treatment facilities; water treatment; mathematical modeling; numerical methods*

Вступ. Оптимізація роботи очисних споруд у системах водовідведення потребує чіткого розуміння, як ефективно здійснюється процес очищення води всередині споруди. Крім цього, дуже важливим бачиться питання прогнозування ефекту очистки стічних вод в умовах іншого навантаження на очисні споруди. Таке «навантаження» може виникати внаслідок аварії та потрапляння в очисні споруди іншого об'єму стічних вод, ніж той, на який вона була спроектована. Вкрай важливо знати ефективність роботи очисних споруд у разі зміни, наприклад, технологічного циклу, профілю підприємства, місця розташування.

Для розв'язання такої важливої задачі першочергове значення мають розрахункові методи, оскільки використання лабораторних досліджень потребує значного часу на отримання результату. Для «пілотного» розв'язання даної задачі можливе використання емпіричних моделей [2], але ці моделі не спроможні врахувати вплив зміни геометрії очисних споруд та ряду параметрів на зміну ефективності очистки води у споруді. Більш ефективними стали аналітичні методи розрахунку [4; 5; 8], що враховують вплив значної кількості

параметрів на ефект очистки води. Проте межа використання аналітичних методів обмежена також геометричною формою споруди.

Найбільш ефективний метод дослідження – використання чисельного моделювання [1–4; 6; 7; 9; 10]. Однак на практиці для реалізації чисельних моделей потребується значний комп'ютерний час, що стає негативним фактором для широкого їх використання у проєктних організаціях. Тому існує важлива проблема розроблення ефективних та швидкозрахункових моделей, що можуть бути використані на практиці для проведення серійних розрахунків.

Мета статті – розроблення комплексу моделей для оцінювання роботи очисних споруд, які використовуються в системах водовідведення.

Методологія. Для аналізу ефективності роботи очисних споруд застосовується метод чисельного моделювання. Розрахунок гідродинаміки течії та процесів масопереносу в очисних спорудах здійснюється на базі фундаментальних рівнянь гідродинаміки.

Моделювання течії в очисних спорудах. Для розрахунку швидкості потоку

в очисних спорудах використовуються дві фундаментальні моделі гідродинаміки: модель потенціального руху та модель в'язкої течії.

Базове рівняння моделі потенціального руху таке [1; 3]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

де P – потенціал швидкості.

Після розрахунку поля потенціалу швидкості визначаються компоненти вектора швидкості потоку стічних вод:

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, v = \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (2)$$

Для рівняння (1) реалізуються такі граничні умови [1; 3]:

- на поверхнях споруди для очистки води: $\partial P / \partial n = 0$, де n – одиничний вектор зовнішньої нормалі до твердої стінки;

- на входній межі: $\partial P / \partial n = V_n$, де V_n – швидкість течії;

- на межі витоку стічних вод зі споруди реалізується умова: $P = P_0 + \text{const}$.

Інша математична модель руху стічних вод в очисних спорудах базується на рівняннях Нав'є–Стокса (модель в'язкої течії) [3]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial u \omega}{\partial x} + \frac{\partial v \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (4)$$

де ψ – функція току; $\text{Re} = V_0 L / \nu$ – число Рейнольдса; $\omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$ – вихор; $u = \partial \psi / \partial y$, $v = -\partial \psi / \partial x$.

Граничні умови для (3) – (4) розглянуто в [1; 3].

Моделювання процесів масопереносу в очисних спорудах. Для аналізу ефективності роботи очисних споруд потрібно визначити концентрацію домішки на виході зі споруди. Крім цього, для визначення ефективності роботи різних ділянок споруди потрібно визначити концентраційні поля домішки всередині споруди. Така інформація дуже важлива, якщо розв'язується задача оптимізації

процесу очистки води або планується реконструкція очисних споруд. Для визначення концентраційного поля у споруді використовується таке рівняння масопереносу [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u C}{\partial x} + \frac{\partial v C}{\partial y} + \sigma C = \\ = \text{div}(\mu \cdot \text{grad} C) + \\ + \sum_{i=1}^N Q_i(t) \delta(x - x(t)_i) \delta(y - y(t)_i) \end{aligned}$$

де C – усереднене значення концентрації домішки в споруді; u , v – усереднене значення компонент вектора швидкості потоку стічних вод у споруді; $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коефіцієнти турбулентної дифузії; Q_i – інтенсивність потрапляння домішки в споруду; t – час; x_i , y_i – координати розташування джерела емісії домішки; $\delta(x - x(t)_i) \delta(y - y(t)_i)$ – дельта-функція Дірака.

Для моделювання процесу біологічної очистки води в споруді використовуються балансові рівняння збереження маси для активного мулу та домішки (субстрату) у поєднанні з моделлю Monod. Рівняння мають вигляд:

$$W \cdot dX = dt \cdot Q_x(t) \cdot X_{in}(t) - dt \cdot Q_x(t) \cdot X + dt \cdot \mu \cdot W \cdot X - dt \cdot K_d \cdot W \cdot X; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} W \cdot dS = dt \cdot Q_s(t) \cdot S_{in} - \\ - dt \cdot Q_s(t) \cdot S(t) - dt \cdot \frac{\mu}{Y} \cdot W \cdot X, \quad (6) \end{aligned}$$

де $X_{in}(t)$ – концентрація активного мулу на вході в споруду; $S_{in}(t)$ – концентрація субстрату на виході зі споруди; W – об'єм споруди; $Q_s(t)$ – витрата субстрату; $Q_x(t)$ – витрата активного мулу; K_d – коефіцієнт вимирання активного мулу; t – час; X – концентрація активного мулу в споруді; S – концентрація субстрату в споруді; μ – емпіричний коефіцієнт; Y – емпіричний параметр.

Чисельні моделі. Розв'язання моделювальних рівнянь гідродинаміки та масопереносу, що складають основу моделі очистки води, можливо отримати лише чисельним шляхом. Для їх чисельного інтегрування використовуються скінченнорізницеві схеми. Розглянемо ці схеми.

Для чисельного інтегрування рівняння для потенціалу швидкості застосовується двокрокова схема розщеплення, що має такий вигляд:

$$\frac{P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - P_{i,j}^n}{\Delta t} = \left[\frac{-P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{-P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} \right],$$

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[\frac{P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{P_{i,j+1}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right].$$

На кожному кроці значення потенціалу швидкості розраховується за явною формулою «рахунку, що біжить». Процес визначення потенціалу швидкості припиняється, коли реалізується умова:

$$|P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n| \leq \varepsilon,$$

де ε – мале число (приймається, $\varepsilon = 0,001$); n – номер ітерації.

Якщо поле потенціалу швидкості визначено, здійснюється розрахунок поздовжньої та поперечної компонент вектора швидкості потоку стічних вод таким чином:

$$u_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x}, v_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta y}.$$

Компоненти вектора швидкості потоку стічних вод розраховуються на гранях різницевих комірок (контрольних обсягів), що дозволяє побудувати консервативну різницеву схему для рівняння переносу.

Для чисельного рішення рівняння переносу вихору здійснюються такі перетворення [3]:

$$\frac{\partial u^+ \omega}{\partial x} \approx \Lambda_x^+ \omega = (u_{i+1,j}^+ \omega_{i,j} - u_{i,j}^+ \omega_{i-1,j}) / \Delta x,$$

$$\frac{\partial u^- \omega}{\partial x} \approx \Lambda_x^- \omega = (u_{i+1,j}^- \omega_{i+1,j} - u_{i,j}^- \omega_{i,j}) / \Delta x,$$

$$\frac{\partial v^+ \omega}{\partial y} \approx \Lambda_y^+ \omega = (v_{i,j+1}^+ \omega_{i,j} - v_{i,j}^+ \omega_{i,j-1}) / \Delta y,$$

$$\frac{\partial v^- \omega}{\partial y} \approx \Lambda_y^- \omega = (v_{i,j+1}^- \omega_{i,j+1} - v_{i,j}^- \omega_{i,j}) / \Delta y.$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \approx L_{xx}^+ \omega - L_{xx}^- \omega = (-\omega_{i,j} + \omega_{i-1,j}) / \Delta x^2 + (\omega_{i+1,j} - \omega_{i,j}) / \Delta x^2,$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \approx L_{yy}^+ \omega - L_{yy}^- \omega = (\omega_{i,j-1} - \omega_{i,j}) / \Delta y^2 + (\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j}) / \Delta y^2.$$

де

$$u = u^+ + u^- = \frac{u + |u|}{2} + \frac{u - |u|}{2},$$

$$v = v^+ + v^- = \frac{v + |v|}{2} + \frac{v - |v|}{2}.$$

Апроксимуюча залежність для рівняння переносу вихору така [3]:

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n}{\Delta t} + (\Lambda_x^+ + \Lambda_x^- + \Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) (\omega^{n+1} \xi + (1 - \xi) \omega^n) = \frac{1}{\text{Re}} (L_{xx}^+ + L_{xx}^- + L_{yy}^+ + L_{yy}^-) \times (\omega^{n+1} \xi + (1 - \xi) \omega^n)$$

або

$$(E + \Delta t \xi) (\Lambda_x^+ + \Lambda_x^- + \Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) \omega^{n+1} - \frac{\Delta t}{\text{Re}} \xi (L_{xx}^+ + L_{xx}^- + L_{yy}^+ + L_{yy}^-) \omega^{n+1} = (E - \Delta t (1 - \xi)) (\Lambda_x^+ + \Lambda_x^- + \Lambda_y^+ + \Lambda_y^-) \omega^n + \frac{\Delta t}{\text{Re}} (1 - \xi) (L_{xx}^+ + L_{xx}^- + L_{yy}^+ + L_{yy}^-) \omega^n,$$

де ξ – параметр (рекомендоване значення $\xi = 1/2$)

На наступному кроці будується така схема розщеплення [3]:

$$\left(E + \frac{\Delta t}{2} (\Lambda_x^+ + \Lambda_y^+) - \frac{\Delta t}{2 \text{Re}} (L_{xx}^+ + L_{yy}^+) \right) \omega^{n+\frac{1}{2}} = \left(E - \frac{\Delta t}{2} (\Lambda_x^- + \Lambda_y^-) + \frac{\Delta t}{2 \text{Re}} (L_{xx}^- + L_{yy}^-) \right) \omega^n,$$

$$\left(E + \frac{\Delta t}{2} (\Lambda_x^- + \Lambda_y^-) - \frac{\Delta t}{2 \text{Re}} (L_{xx}^- + L_{yy}^-) \right) \omega^{n+1} = \left(E - \frac{\Delta t}{2} (\Lambda_x^+ + \Lambda_y^+) + \frac{\Delta t}{2 \text{Re}} (L_{xx}^+ + L_{yy}^+) \right) \omega^{n+\frac{1}{2}}.$$

Використовуючи ці рівняння, знаходимо поле вихору в очисній споруді. Розрахунок здійснюється за явною формулою.

Далі здійснюється чисельне розв'язання для функції току (4). Це рівняння записується таким чином [3]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \omega, \quad (7)$$

де η – фіктивний час.

Апроксимуюче рівняння для (7) має вигляд [3]:

$$\frac{\psi_{ij}^{l+1} - \psi_{ij}^l}{\Delta \eta} = (L_{xx}^+ + L_{xx}^-) \frac{\psi_{ij}^{l+1} - \psi_{ij}^l}{2} + (L_{yy}^+ + L_{yy}^-) \frac{\psi_{ij}^{l+1} - \psi_{ij}^l}{2} + \tilde{\omega}_{ij}, \quad (8)$$

$$\tilde{\omega}_{ij} = \frac{1}{4} (\omega_{ij} + \omega_{i-1,j} + \omega_{i,j-1} + \omega_{i-1,j-1}).$$

Визначення функції току з (8) здійснюється на базі такої схеми розщеплення [1]:

$$\begin{aligned} \psi^{l+1/4} &= \psi^l + \tilde{\omega} \frac{\Delta \eta}{2} \\ \left(E - \frac{\Delta \eta}{2} (L_{xx}^+ + L_{yy}^+) \right) \psi^{l+2/4} &= \\ &= \left(E + \frac{\Delta \eta}{2} (L_{xx}^- + L_{yy}^-) \right) \psi^{l+1/4} \\ \left(E - \frac{\Delta \eta}{2} (L_{xx}^- + L_{yy}^-) \right) \psi^{l+3/4} &= \\ &= \left(E + \frac{\Delta \eta}{2} (L_{xx}^+ + L_{yy}^+) \right) \psi^{l+2/4} \\ \psi^{l+1} &= \psi^{l+3/4} + \tilde{\omega} \frac{\Delta \eta}{2} \end{aligned}$$

Для розрахунку значення функції току з даної системи використовується явна різницева схема (другий та третій крок розщеплення).

Значення компоненти вектора швидкості потоку стічних вод розраховується так:

$$\begin{aligned} u_{ij} &= (\psi_{i,j+1} - \psi_{ij}) / \Delta y; \\ v_{ij} &= -(\psi_{i+1,j} - \psi_{ij}) / \Delta x. \end{aligned}$$

Для чисельного інтегрування рівняння масопереносу домішки в очисних спорудах застосовується чотирьокрокова схема розщеплення [3]:

- перший крок розщеплення $k = 1/4$, скінченнорізницева рівняння таке:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^{n+k} - C_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k &= \\ = \frac{1}{4} (M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^k + M_{yy}^+ C^n + M_{yy}^- C^n) + \\ + \sum_{l=1}^N \frac{Q_l}{4} \delta_l; \end{aligned}$$

- другий крок розщеплення $k = n + 1/2$, $c = n + 1/4$, скінченнорізницева рівняння таке:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^- C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k &= \\ = \frac{1}{4} (M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \\ + \sum_{l=1}^N \frac{Q_l}{4} \delta_l; \end{aligned}$$

- третій крок розщеплення $k = n + 3/4$, $c = n + 1/2$, скінченнорізницева рівняння таке:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k &= \\ = \frac{1}{4} (M_{xx}^- C^c + M_{xx}^+ C^k + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \\ + \sum_{l=1}^N \frac{Q_l}{4} \delta_l; \end{aligned}$$

- четвертий крок розщеплення $k = n + 1$, $c = n + 3/4$, скінченнорізницева рівняння таке:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^- C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k &= \\ = \frac{1}{4} (M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^c + M_{yy}^+ C^k) + \\ + \sum_{l=1}^N \frac{Q_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

де $L_x^+ C, L_x^- C, M_{xx}^+ \dots$ – різницеві оператори [3].

На кожному кроці розщеплення використовується явна формула для розрахунку концентрації домішки в споруді.

Для чисельного інтегрування рівнянь (5) та (6) застосовується метод Ейлера. Розрахункові залежності мають вигляд:

$$X^{n+1} = X^n + dt \cdot Q_{xw}(t^n) \cdot X^n_{in}(t^n) - dt \cdot Q_{xw}(t^n) \cdot X^n + dt \cdot \mu^n \cdot X^n - dt \cdot K_d \cdot X^n;$$

$$S^{n+1} = S^n + dt \cdot Q_{sw}(t^n) \cdot S^n_{in} - dt \cdot Q_{sw}(t^n) \cdot S^n_{in}(t) - dt \cdot \frac{\mu^n}{Y} X^{n+1}.$$

Розрахунок процесу біологічної очистки на базі цих залежностей виконується в окремому модулі розробленого комплексу програм.

Здійснено програмну реалізацію побудованих чисельних моделей та створено пакет програм «WATER-TS».

Результати. Нижче показано приклад використання пакета «WATER-TS». Розглядається модельна задача для оцінювання можливості використання запропонованих чисельних моделей для розрахунку процесу масопереносу в очисній споруді, що має складну внутрішню геометрію. Розглядається масоперенос домішки у відстійнику, що має вставку всередині конструкції. Розглядаються два сценарії. Перший сценарій – вставка має «просту» форму у вигляді пластини, другий сценарій – вставка має «складну» П-подібну форму.

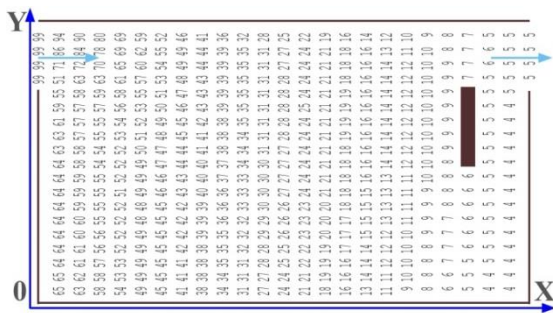


Рис. 1. Розподіл концентрації домішки (перший сценарій)

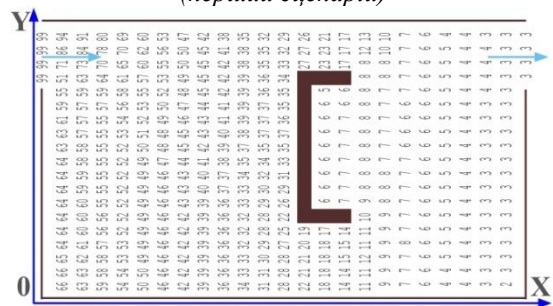


Рис. 2. Розподіл концентрації домішки (другий сценарій)

На рисунках 1 та 2 показано розподіл концентрації домішки у відстійниках.

Концентрація наведена у відсотках від максимальної концентрації, що має місце на вході у відстійник.

Як можна бачити з наведених рисунків, у випадку першого сценарію концентрація домішки на виході з відстійника складає 5 %, а у другому сценарії – 3 %.

Проведений обчислювальний експеримент показав «стійкість» розроблених чисельних моделей для розрахунку процесу масопереносу в області складної геометричної форми. Час розрахунку складає 15 с.

Новизна та практична цінність. Запропоновано комплекс математичних моделей, що дозволяє визначати поле концентрації домішки у спорудах механічної та біологічної очистки стічних вод. Чисельне моделювання поля швидкості потоку стічних вод в очисних спорудах здійснюється на базі двох фундаментальних моделей класичної гідродинаміки.

Для оцінювання ефективності роботи очисних споруд використовується двовимірна модель масопереносу. Процес біологічної очистки стічних вод моделюється на базі рівнянь матеріального балансу активного мулу та субстрату.

Ці чисельні моделі можуть бути використані в проєктних організаціях для розроблення проєктів реконструкції очисних споруд систем водовідведення.

Висновки. Розглянуто комплекс математичних моделей для швидкого розрахунку гідродинаміки течії та масопереносу в очисних спорудах систем водовідведення.

Моделі дозволяють науково обґрунтовано визначати ефективність процесу механічної та біологічної очистки стічних вод.

У подальшому наукові дослідження будуть спрямовані на створення тривимірних моделей гідродинаміки та масопереносу в очисних спорудах систем водовідведення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Беляев Н. Н., Козачина В. А. Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках : монография. Днепропетровск : Акцент ПП, 2015. 115 с.
2. ДБН В.2.5-75:2013. Каналізація. Зовнішні мережі та споруди. Основні положення проектування. [Чинний від 2014-01-01]. Київ : Мінрегіон України, 2013. 128 с.
3. Згуровский М. З., Скопецкий В. В., Хрущ В. К., Беляев Н. Н. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. Київ : Наукова думка, 1997. 368 с.
4. Олійник О. Я., Айрапетян Т. С. Моделювання очисних стічних вод від органічних забруднень в біореакторах-аеротенках зі зваженим (вільно плаваючим) і закріпленням біоценозом. *Доповідь НАН України*. 2015. № 5. С. 55–60. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055>.
5. Поляков В. Л. О моделировании удаления фильтрованием растворенного железа из подземных вод. *Доповідь НАН України*. 2018. № 12. С. 37–45. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.037>.
6. Epoyan S., Syrovatsky O., Haiduchok O., Titov A. Effect of technological parameters on clarification lowconcentration suspension by dissolved air flotation. *Innovative Technology in Architecture and Design (ITAD 2020)*. IOP Conf. Series : Materials Science and Engineering. 2020. 907. Pp. 1–6. URL: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/907/1/012084>.
7. Nadezhdin I., Papisidero D., Goryunov A., Manenti F. Optimisation of EDM process for water purification. *Chemical Engineering Transactions*. 2016. Vol 52. Pp. 325–330. URL: <https://doi.org/https://doi.org/10.3303/CET1652055>.
8. Oleynik O., Airapetian T., Kurganska S. Evaluation of the performance of aerotanks due to add-on attached biocenosis. *Science and Transport Progress*. 2019. № 4 (82). Pp. 37–46. URL: <https://doi.org/10.15802/stp2019/175883>.
9. Rezakazemi M., Ghafarinazari A., Shirazian S., Khoshsima A. Numerical Modeling and Optimization of Wastewater Treatment Using Porous Polymeric Membranes. *Polymer Engineering and Science*. 2013. Vol. 53, iss. 6. Pp. 1272–1278. URL: <https://doi.org/10.1002/pen.23375>.
10. Viccione G., Evangelista S. Experimental and numerical analysis of the hydraulic performance of filtering cartridges for water treatment. *EPiC Series in Engineering*. 2018. Vol. 3. Pp. 2187–2195. URL: <https://doi.org/10.29007/b26c>.

REFERENCES

1. Biliaiev N.N. and Kozachina V.A. *Modelirovaniye massoperenosa v gorizontalnykh otstoynikakh : monografiya* [Mathematical modeling of mass transfer in horizontal settling tanks : monograph]. Dnipropetrovsk : Aktsent PP, 2015, 115 p. (in Russian).
2. *128 DBN V.2.5-75-2013 Kanalizatsiia. Zovnishni merezhi ta sporudy. Osnovni polozhennia proektuvannia* [DBN V.2.5-75:2013. Sewerage. External networks and structures. Basic provisions of design]. Effective from 2014-01-01. Kyiv : Ministry of the Region of Ukraine, 2013, 128 p. (in Ukrainian).
3. Zgurovskii M.Z., Skopetskii V.V., Khrutch V.K. and Biliaiev M.M. *Chislennoe modelirovanie rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayushey srede* [Numerical simulation of the spread of pollution in the environment]. Kyiv : Naukova Dumka Publ., 1997, 368 p. (in Russian).
4. Oleynik O.Ya. and Airapetyan T.S. *Modelyuvannya ochysnykh stichnykh vod vid orhanichnykh zabrudnen' v bioreaktorakh-aerotenkakh zi zvaženym (vil'no plavayuchym) i zakriplenym biotsenozom* [The modeling of the clearance of waste waters from organic pollutions in bioreactors-aerotanks with suspended (free flow) and fixed biocenoses]. *Dopovid' NAN Ukrayiny* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. No. 5, 2015, pp. 55–60. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055> (in Ukrainian).
5. Polyakov V.L. *O modelirovanii udaleniya fil't rovaniyem rastvorennogo zheleza iz podzemnykh vod* [On the modeling of a dissolved iron removal from underground water by filtration]. *Dopovid' NAN Ukrayiny* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. No. 12, 2018, pp. 37–45. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.037> (in Russian).
6. Epoyan S., Syrovatsky O., Haiduchok O. and Titov A. Effect of technological parameters on clarification lowconcentration suspension by dissolved air flotation. *Innovative Technology in Architecture and Design (ITAD 2020)*. IOP Conf. Series : Materials Science and Engineering. No. 907, 2020, pp. 1–6. URL: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/907/1/012084>.
7. Nadezhdin I., Papisidero D., Goryunov A. and Manenti F. Optimisation of EDM process for water purification. *Chemical Engineering Transactions*. No. 52, 2016, pp. 325–330. URL: <https://doi.org/10.3303/CET1652055>.
8. Oleynik O., Airapetian T. and Kurganska S. Evaluation of the performance of aerotanks due to add-on attached biocenosis. *Science and Transport Progress*. No. 4 (82), 2019, pp. 37–46. URL: <https://doi.org/10.15802/stp2019/175883>.