УДК 556:519.6
DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.250423.36.928

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІКИ ҐРУНТОВИХ ВОД НА ПІДТОПЛЕНИХ ТЕРИТОРІЯХ

БІЛЯЄВ М. М.[1*], *докт. техн. наук, проф.,*
КОЗАЧИНА В. В.[2], *асп.*

[1*] Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: biliaiev.m@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1531-7882
[2] Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: kozachyna.valeriia@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7433-7306

Анотація. ***Постановка проблеми.*** Розглядається задача розрахунку динаміки ґрунтових вод на підтопленій території за роботи локального дренажу. Складність розв'язання даної задачі полягає в тому, що за наявності забудови на підтопленій території неможливо використовувати існуючі нормативні методики для розрахунку дренажу. Тому виникає потреба розроблення спеціалізованих математичних моделей для оцінювання зміни, з часом, рівня ґрунтових вод на підтопленій території. ***Мета роботи*** − розроблення чисельної багатопараметричної моделі та створення на її базі комп'ютерного коду для прогнозування зміни рівня ґрунтових вод та рівня забруднення підземного водоносного шару за роботи дренажу на підтопленій території. ***Методика.*** Для розрахунку динаміки ґрунтових вод за роботи водознижувальних свердловин використовується рівняння фільтрації для безнапірного підземного потоку. Для розрахунку концентрації домішки в ґрунтових водах за роботи дренажної системи використовується двовимірне рівняння масоперносу, що враховує конвективний перенос домішки та перенос домішки за рахунок дисперсії. Для чисельного інтегрування рівняння фільтрації безнапірних підземних вод використовується локально-одновимірна скінченорізницева схема розщеплення. Для чисельного інтегрування рівняння масопереносу домішки в ґрунтових водах за роботи дренажу використовується скінченорізницеві схеми розщеплення. ***Наукова новизна.*** Розроблена ефективна чисельна модель дозволяє прогнозувати зміну рівня ґрунтових вод під час роботи локального дренажу. Модель також дозволяє прогнозувати рівень забруднення ґрунтових вод за роботи дренажу. ***Практична значимість.*** На базі розробленої чисельної моделі розроблено комп'ютерний код, орієнтований на розв'язання комплексу прикладних задач, що пов'язані з проектуванням систем локального дренажу на підтоплених територіях. ***Висновки.*** Розроблені чисельна модель та комп'ютерний код дозволяють оцінювати динаміку зміни рівня ґрунтових вод та інтенсивність їх забруднення за роботи локального дренажу. Наведені результати обчислювального експерименту.

Ключові слова*:* *підтоплення території; локальний дренаж; рівняння фільтрації; чисельне моделювання*

MODELING OF GROUNDWATER HYDRODYNAMICS IN FLOODED AREAS

BILIAIEV M.M.[1*], *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
KOZACHYNA V.V.[2], *Postgrad. Stud.*

[1*] Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: biliaiev.m@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-1531-7882
[2] Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: kozachyna.valeriia@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7433-7306

Abstract. ***Problem statement***. The task of calculating the dynamics of groundwater in the flooded area during the operation of local drainage is considered. The difficulty of solving this problem consists in the fact that in the presence of building on the flooded territory, it is impossible to use the existing regulatory methods for calculating the drainage. Therefore, there is a need to develop specialized mathematical models for evaluating the change over time in the groundwater level in the flooded area. ***The purpose of the work*** is to develop a numerical multi-parameter model and create a computer code based on it to predict changes in the level of groundwater and the level of pollution of the underground aquifer during the operation of drainage in a flooded area. ***Methodology.*** The filtration equation for headless underground flow is used to calculate the dynamics of groundwater during the operation of water-lowering wells. A two-dimensional mass transfer equation is used to calculate the impurity concentration in groundwater during the operation

of the drainage system, which takes into account the convective transport of the impurity and the transport of the impurity due to dispersion. A locally one-dimensional finite-difference splitting scheme is used for the numerical integration of the filtration equation of headless groundwater. Finite-difference splitting schemes are used for numerical integration of the mass transfer equation of impurities in groundwater during drainage operation. ***Scientific novelty.*** An effective numerical model is developed, which allows predicting the change in the level of groundwater during the operation of local drainage. The model also makes it possible to predict the level of groundwater pollution during drainage operations. ***Practical value***. Based on the developed numerical model, a computer code was developed, which is oriented towards the solution for a complex of applied problems related to the design of local drainage systems in flooded areas. ***Conclusions***. A numerical model and computer code is developed that allow to evaluate the dynamics of changes in the groundwater level and the intensity of their pollution during the operation of local drainage. The results of the computational experiment are presented.

Keywords: *flooding of the territory; local drainage; filtration equation; numerical modeling*

Постановка проблеми. Відомо, що значна частина території України перебуває в умовах локального підтоплення, викликаного підйомом ґрунтових вод [1; 3; 5]. Причинами такого явища постають різні фактори, наприклад, інтенсивне випадіння опадів, забудова території, що викликає зміни динаміки руху ґрунтових вод, погіршенням природної дренованості ґрунту тощо. Слід зазначити, що підтоплення території – дуже небезпечне явище, тому що спричинює такі негативні процеси як зсуви, карст, просідання та осідання земної поверхні, зміна сольового стану, загальної та сейсмічної стійкості ґрунтів зони аерації.

Для зниження рівня ґрунтових вод використовуються різні види дренажу. Але на стадії проєктування системи дренажу потрібно заздалегідь визначити його ефективність та час, коли рівень ґрунтових вод знизиться до потрібного значення. Для рішення цієї важливої проблеми використовуються тільки математичні методи дослідження.

Розрахунок динаміки ґрунтових вод за роботи дренажу дозволяє визначити положення ґрунтових вод, а також криву депресії під час роботи дренажу [1; 2]. Завдяки цим показникам можна обґрунтовано визначити ефективність роботи дренажу шляхом аналізу положення кривої депресії, наприклад, для локальних дренажів крива депресії повинна бути нижче позначки підлоги підвалу або основи споруди не менше 0,5 метра.

Потрібно також зазначити, що під час підтоплення території може мати місце ще один негативний процес – забруднення ґрунтових вод (хімічне, біологічне, радіоактивне). Це відбувається, наприклад, у випадку підйому ґрунтових вод на промислових майданчиках.

Для розв’язання цієї задачі використовуються декілька класів математичних моделей [4; 6; 10]. Найбільш поширені аналітичні моделі, що дають можливість визначити криву депресії шляхом використання точного розв’язання рівняння фільтрації [1; 7]. Ці моделі дозволяють швидко здійснити розрахунок, але не дають можливості визначити динаміку зниження рівня ґрунтових вод та не можуть бути використані, якщо прогнозується зміна рівня ґрунтових вод в умовах забудови.

Для розв’язання задач, пов’язаних із підтопленням території, також використовують статистичні моделі [3], але коло їх застосування обмежене лише територією, де проводились експериментальні дослідження.

Найбільш ефективний метод прогнозування динаміки ґрунтових вод – використання чисельних моделей, що як, правило, реалізовані у вигляді комерційних пакетів програм (наприклад, пакет програм MODFLOW [8–10]). Але вартість таких пакетів значна, що обмежує їх широке застосування в проектних організаціях. Тому виникає потреба у створенні математичних моделей, що мають широкий робочий діапазон та дають можливість швидко розраховувати динаміку ґрунтових вод за роботи дренажу.

Рис. 1. Підтоплення території https://pp-budpostach.com.ua/ua/a115825-gruntovyh-vodah-vliyanii.html

Мета статті − розроблення чисельної моделі для експрес-оцінювання зміни динаміки ґрунтових вод за роботи локального дренажу

Методика. Для моделювання процесу зміни рівня ґрунтових вод на підтопленій території та за роботи локального дренажу використовується таке рівняння фільтрації [4]:

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=kh_m\left(\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)- \\ -\sum Q_i(t)\delta\left(x-x_i\right)\delta(y-y_i). \quad (1)$$

де μ – нестача насичення; k – коефіцієнт фільтрації; h_m – середня глибина потоку ґрунтових вод; h – глибина потоку ґрунтових вод; Q_i – дебіт i-ї свердловини; t – час.

Компоненти вектора швидкості потоку ґрунтових вод визначаються на базі закону Дарсі:

$$u=k\frac{\partial H}{\partial x}, v=k\frac{\partial H}{\partial y},$$

де H – п'єзометричний напір.

Крайові умови для рівняння фільтрації такі:

− на вхідній та вихідній межах задається значення п'єзометричного напору. Але якщо розглядається ділянка, де має місце невеликий ухил водоупору та довжина цієї ділянки надто мала, на цих межах може бути задано значення глибини ґрунтового потоку;

− на бічних сторонах розрахункової області або на межі фундаменту будинків реалізується умова непроникнення.

Для моделювання процесу поширення домішки в ґрунтових водах за роботи дренажу застосовуються наступні рівняння [4]:

$$\frac{\partial Ch}{\partial t}+\frac{\partial uCh}{\partial x}+\frac{\partial \nu Ch}{\partial y}= \\ =\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x\frac{\partial C}{\partial x}h\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y\frac{\partial C}{\partial y}h\right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial Ch}{\partial t}=-\sum Q_i(t)\,\mathrm{C}\,\delta(x-x_i)\delta(y-y_i), \quad (3)$$

де C – концентрація домішки в грунтових водах; μ_x, μ_y – коефіцієнти дисперсії [3]; u, v – компоненти вектора швидкості ґрунтового потоку.

Рівняння (2) – це рівняння масопереносу домішки у ґрунтових водах. Рівняння (3) описує зміну концентрації домішки в ґрунтовому потоці внаслідок роботи дренажу.

Для моделювального рівняння масопереносу граничні умови розглянуто в [5].

Для чисельного інтегрування рівняння масопереносу здійснювалося його розщеплення на послідовність рівнянь, що окремо описують процес поширення домішки за рахунок конвекції та дисперсії:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C}{\partial t}+\dfrac{\partial uC}{\partial x}+\dfrac{\partial \nu C}{\partial y}=0 \\ \dfrac{\partial C}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x\dfrac{\partial C}{\partial x}\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y\dfrac{\partial C}{\partial y}\right) \end{cases}. \quad (4)$$

Перше рівняння системи (4) описує зміну концентрації домішки в ґрунтових водах за рахунок руху ґрунтового потоку, а друге показує зміну концентрації домішки внаслідок дисперсії.

Для інтегрування першого рівняння системи (4) застосовується така скінченорізницева схема розщеплення:

– на першому дрібному кроці розщеплення використовується наступне різницеве рівняння:

$$\frac{C_{i,j}^k-C_{i,j}^n}{\Delta t}+L^+{}_xC^k+L^+{}_yC^k+L^+{}_zC^k=0;$$

– на другому дрібному кроці розщеплення використовується таке різницеве рівняння:

$$\frac{C_{i,j}^{n+1}-C_{i,j}^{k}}{\Delta t}+L^{-}{}_{x}C^{n+1}+L^{-}{}_{y}C^{n+1}+L^{-}{}_{z}C^{n+1}=0.$$

Значення різницевих операторів $L_x^+, L_x^-, \ldots$, наведене в [4]:

Для чисельного інтегрування другого рівняння із системи (4) застосовується така схема розщеплення [4]:

$$\frac{C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}-C_{i,j}^{n}}{\Delta t}=$$

$$=\mu_x\frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+C_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}+\mu_y\frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+C_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2},$$

$$\frac{C_{i,j}^{n+1}-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t}=$$

$$=\mu_x\frac{C_{i+1,j}^{n+1}-C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2}+\mu_y\frac{C_{i,j+1}^{n+1}-C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2}.$$

Слід зауважити, що значення концентрації домішки на кожному дрібному кроці розщеплення визначається за допомогою явних формул.

Чисельне інтегрування рівняння (3) здійснюється за допомогою методу Ейлера.

Для чисельного інтегрування рівняння фільтрації здійснюється наступне його розщеплення:

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=kh_m\left(\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right),$$

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=-\sum Q_i(t)\delta\left(x-x_i\right)\delta(y-y_i). \quad (5)$$

Для чисельного інтегрування першого рівняння системи (5) здійснюється наступне його розщеплення:

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=kh_m\left(\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}\right),$$

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}=kh_m\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right). \quad (6)$$

Далі, для чисельного інтегрування кожного рівняння системи (6) використовується локально-одновимірна схема розщеплення [3].

Таким чином, для розрахунку концентраційних полів домішки послідовно розв'язуються наведені різницеві рівняння.

На базі побудованої дискретної моделі створено код «Water-G», мова програмування – FORTRAN.

Результати. Нижче наведено результати розв'язання трьох модельних задач на базі розробленої чисельної моделі. Мета роботи – перевірка працездатності чисельної моделі для розрахунку рівня ґрунтових вод в умовах, коли має місце різка зміна форми ліній току в області дослідження. Така гідродинамічна ситуація реалізується, коли, наприклад, свердловини дренувальної системи розташовані дуже близько одна до одної та є перешкода в ґрунтовому потоці, наприклад, фундамент будівлі.

Добре відомо, що для таких гідродинамічних умов багато чисельних моделей втрачають стійкість, тобто неможливо отримати розв'язок задачі. Тому прийнято, що на першому етапі розроблення нової математичної моделі потрібно здійснити такого роду дослідження щодо стійкості побудованої чисельної моделі для її використання для реальних, а не спрощених умов «експлуатації».

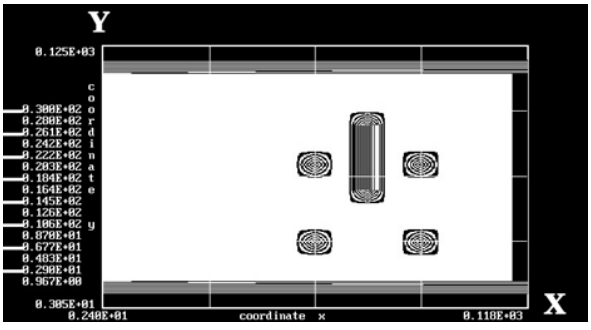

Рис. 2. Рівень ґрунтових вод (перша модельна задача)

На рисунку 2 показано розрахункове значення рівня ґрунтових вод, коли в області дослідження розташовані будинок (фундамент) та чотири свердловини (перша модельна задача).

На рисунку 3 показано розрахункове значення рівня ґрунтових вод, коли в області

дослідження розташовані два будинки (фундаменти) та три свердловини (друга модельна задача).

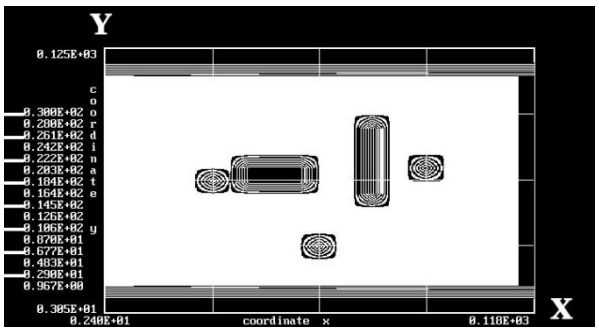

Рис. 3. Рівень ґрунтових вод (друга модельна задача)

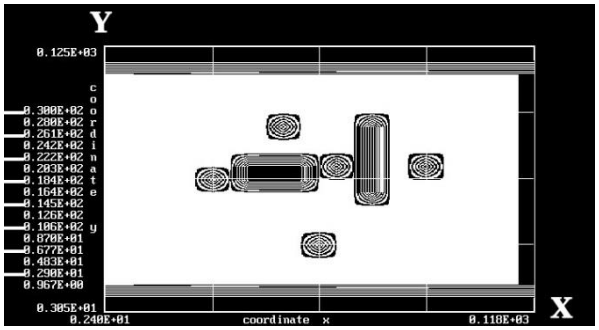

Рис. 4. Рівень ґрунтових вод (третя модельна задача)

На рисунку 4 показано розрахункове значення рівня ґрунтових вод, коли в області дослідження розташовані два будинки (фундаменти) та п’ять свердловин (третя модельна задача). Одна зі свердловин розташована між будинками.

Як можна бачити з наведених рисунків, чисельна модель дозволяє визначити зони впливу дренувальних свердловин та отримати фізично обґрунтовані прогнозні дані.

Слід зазначити, що час розрахунку складає 2 секунди.

Наукова новизна та практична цінність. Розроблено математичну модель розрахунку динаміки ґрунтових вод та переносу домішки в ґрунтових водах. Модель враховує гідрогеологічні параметри підземного водоносного шару, процес дисперсії домішки в ґрунтових водах та її конвективний перенос. Особливість моделі полягає в можливості аналізу динаміки ґрунтових вод в умовах забудови, розташованої на підтопленій території.

Для проведення обчислювального експерименту на базі розробленої чисельної моделі необхідно лише декілька секунд.

Подальший розвиток цього напряму – створення тривимірної чисельної моделі для аналізу гідродинаміки ґрунтових вод.

Висновки.

1. Побудовано чисельну модель, що дозволяє оцінювати зміну рівня ґрунтових вод за роботи локального дренажу.

2. Модель дає можливість аналізувати зміну з часом розмірів та інтенсивності областей забруднення ґрунтових вод в умовах роботи локального дренажу.

3. Запропонована чисельна модель може бути використана для оцінювання ефективності роботи дренажу на підтоплених територіях та раціонального його використання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. ДСТУ-Н Б В.1.1-38:2016. Настанова щодо інженерного захисту територій, будівель і споруд від підтоплення та затоплення. Київ : Держстандарт України, 2016.

2. Зайдельмана Ф. М. Руководство по дренажу. Москва : Колос, 1984. 247 с.

3. Нестиренко О. М. Статистичне моделювання впливу природних та антропогенних факторів на підтоплення території. *Індуктивне моделювання складних систем*. 2013. № 5. С. 212–219.

4. Пшинько А. Н., Беляев Н. Н., Калашников И. В. Эколого-гидрогеологическое обоснование природоохранных мероприятий при ликвидации последствий аварийных разливов : монография. Днепропетровск : Нова ідеологія, 2011. 173 с.

5. Щербак О. В., Яковлєв Є. О., Долін В. В. Моделювання гідрогеофільтраційного поля ґрунтових вод у зоні впливу металургійного виробництва. *Мінеральні ресурси України*. 2018. № 3. С. 19–25.

6. Amah Joseph Idu et. al. Mathematical Modelling of Groundwater Flow System of a Water Table Aquifer in Nsukka Area, Southeastern Nigeria. *Journal of Natural Sciences Research*. 2016. Vol. 6, № 10. Pp. 44–53.

7. Atangana A. Mathematical Analysis of Groundwater Flow Models. CRC Press, 2022. 634 p.

8. Nasrin Koohestani, Mehdi Meftah Halaghi, Amir Ahmad Dehghani. Numerical Simulation of Groundwater Level Using MODFLOW Software (a Case Study: Narmab Watershed, Golestan Province). *International Journal of Advanced Biological and Biomedical Research*. 2013. № 8. Pp. 858–873.

9. Teshale D. Mathematical Modelling and Simulation on Groundwater Flow : The study of groundwater flow with computer aided mathematical methods. LAMBERT Academic Publishing, 2013. 112 p.

10. MODFLOW-2005. The U. S. Geological Survey Modular Ground-Water Model − the Ground-Water Flow Process. *U.S. Geological Survey.* 2005. 253 p.

REFERENCES

1. DSTU-N B V.1.1-38:2016. *Nastanova shchodo inzhenernoho zakhystu terytorii, budivel i sporud vid pidtoplennia ta zatoplennia* [DSTU-N B V.1.1-38:2016. Guidelines for engineering protection of territories, buildings and structures against flooding and inundation]. Kyiv : Derzhstandart Ukrainy Publ., 2016. (in Ukrainian).

2. Zaydelmana F. M. *Rukovodstvo po drenazhu* [Drainage guide]. Moscow : Kolos Publ., 1984, 247 p. (in Russian).

3. Nestyrenko O.M. *Statystychne modeliuvannia vplyvu pryrodnykh ta antropohennykh faktoriv na pidtoplennia terytorii. Induktyvne modeliuvannia skladnykh system* [Statistical modeling of the impact of natural and anthropogenic factors on flooding]. 2013, no. 5, pp. 212–219. (in Ukrainian).

4. Pshinko A.N., Belyayev N.N. and Kalashnikov I.V. *Ekologo-gidrogeologicheskoye obosnovaniye prirodookhrannykh meropriyatiy pri likvidatsii posledstviy avariynykh razlivov: monografiya* [Ecological and hydrogeological substantiation of environmental protection measures in liquidation of consequences of emergency spills: monograph]. Dnipropetrovsk : Nova Ideologiya Publ., 2011, 173 p. (in Russian).

5. Shcherbak O.V., Yakovliev Ye.O. and Dolin V.V. *Modeliuvannia hidroheofiltratsiinoho polia gruntovykh vod u zoni vplyvu metalurhiinoho vyrobnytstva* [Modeling of the hydrogeofiltration field of groundwater in the area of influence of metallurgical production]. *Mineralni resursy Ukrainy* [Mineral Resources of Ukraine]. 2018, no. 3, pp. 19–25. (in Ukrainian).

6. AMAH Joseph Idu et. al. Mathematical Modelling of Groundwater Flow System of a Water Table Aquifer in Nsukka Area, Southeastern Nigeria. Journal of Natural Sciences Research. 2016, vol. 6, no. 10, pp. 44–53.

7. Atangana A. Mathematical Analysis of Groundwater Flow Models. CRC Press, 2022, 634 p.

8. Nasrin Koohestani, Mehdi Meftah Halaghi and Amir Ahmad Dehghani. Numerical Simulation of Groundwater Level Using MODFLOW Software (a Case Study: Narmab Watershed, Golestan Province). International Journal of Advanced Biological and Biomedical Research. 2013, no. 8, pp. 858–873.

9. Teshale D. Mathematical Modelling and Simulation on Groundwater Flow : the study of groundwater flow with computer aided mathematical methods. LAMBERT Academic Publishing, 2013, 112 p.

10. MODFLOW-2005. The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model − the Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey, 2005, 253 p.

Надійшла до редакції: 21.03.2023.