

УДК 624.012

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.250423.108.938

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ОДНОПРОГІННИХ РАМ З УРАХУВАННЯМ СУМІСНОЇ РОБОТИ КОЛОН ТА ФОРМИ ЇХ ДЕФОРМУВАННЯ

ЯРОВИЙ С. М.¹, *докт. техн. наук, проф.*,
ТИТЮК А. О.^{2*}, *канд. техн. наук, доц.*,
ТИТЮК А. А.³, *канд. техн. наук, доц.*,
БОГАЧЕНКО С. В.⁴, *аспір.*

¹ Кафедра проектування конструкцій, Харківський національний університет міського господарства ім. О. В. Бекетова, вул. Бажанова, 17, 61102, Харків, Україна, тел +38 (057) 707-31-09, e-mail: psp.nauka@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-2886-9456

^{2*} Кафедра залізобетонних та кам'яних конструкцій, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел +38 (050) 480-18-60, e-mail: anatol-61@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-4927-370X

³ Кафедра нарисної геометрії та графіки, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел +38 (050) 361-03-34, e-mail: tytiuk89@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4119-4089

⁴ Кафедра будівельного виробництва, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел +38 (056) 756-34-76, e-mail: bohachenko.serhii@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-4787-8737

Анотація. *Постановка проблеми.* Особливість сучасного розрахунку каркаса полягає в тому, що максимально вірогідним навантаженням може бути завантажена лише одна колона у складі рами. Якщо одна з колон (біля якої розташований візок крана з вантажем) підпадає під максимальний вплив повздовжньої сили та згинального моменту, протилежна колона тотожного перерізу зазнає впливу значно менших зусиль. У поперечному напрямку дві колони однопрогінного цеху зв'язані ригелем у рамну систему і колони не вільні у своєму переміщенні. Розвиток значних пластичних деформацій в одній з колон не викликає втрати стійкості колони, бо вона працює у складі рами. Зростаюче навантаження сприймає протилежна колона. Урахування сумісної роботи колон у складі рами дозволить більш раціонально проектувати за сучасними нормами. Форма деформування стисло-вигнутої рами стимулюється діючими навантаженнями, як правило, не збігається з першою власною формою, закладеною в нормах. Несна здатність залежить від співвідношення навантажень, що стимулюють різні власні форми і завжди вищі, ніж при викривленні за першою. Чим більшу частину складають вищі форми, тим менша деформативність і вища несна здатність системи, і це має експериментальне підтвердження. Розроблено наближену методика розрахунку на стійкість стисло-вигнутих колон сталевих рам із крановими навантаженнями, що враховує сумісну роботу неоднаково навантажених колон у складі рами та форму деформування за дії активних сил. Розрахункові довжини колон, визначені для рам з крановими навантаженнями за запропонованою методикою, менші розрахункових довжин, визначених за нормативною методикою, на 8–20 %.

Ключові слова: *стійкість стискогннутих рам; нерівномірно навантажені колони; форма деформації; розрахункова довжина*

CALCULATION METHOD FOR SINGLE-SPAN FRAMES, CONSIDERING THE JOINT OPERATION OF THE COLUMNS AND THE SHAPE OF THEIR DEFORMATIONS

YAROVYI S.N.¹, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
TYTIUK A.O.^{2*}, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
TYTIUK A.A.³, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
BOGACHENKO S.V.⁴, *Postgrad. Stud.*

¹ Department of Structural Design, Kharkiv National University of the City Economy named after O.M. Beketova, 17, Str. Bazhanova, Kharkiv, 61102, Ukraine, tel. +38 (057) 707-31-09, e-mail: psp.nauka@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-2886-9456

^{2*} Department of Reinforced-Concrete and Masonry Structures, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 480-18-60, e-mail: anatol-61@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-4927-370X

³ Department of Descriptive Geometry and Graphics, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 361-03-34, e-mail: tytiuk89@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4119-4089

⁴ Department of Construction Technology, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (056) 756-34-76, e-mail: bohachenko.serhii@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-4787-8737

Abstract. Problem statement. A specific characteristic of modern skeleton calculation is the fact that only one column in a frame can be loaded with the maximum probable load. If one of the columns (at which the crane trolley with the load is located) is under maximum longitudinal force and bending moment, the opposite column of the same cross-section is loaded with significantly less effort. In the transverse direction, two columns of a single-span shop are connected by a crossbar into a frame system and the columns are not free to move. The development of significant plastic deformations in one of the columns does not cause loss of stability of the column, as it works as part of the frame. The opposing column takes up the growing load. Consideration of the joint operation of the columns as part of the frame will allow a more rational design according to current standards. The shape of the deformation of the short-curved frame is stimulated by the loads acting, usually not coinciding with the first proper form laid down in the standards. The load-bearing capacity depends on the ratio of the loads stimulating the different eigenforms and is always higher than that of the first curvature. The larger the higher forms are, the lower the deformability and the higher the load-bearing capacity of the system, and this has been experimentally verified. An approximate method for calculating the stability of compression-bent columns of steel frames with crane loads has been developed, which takes into account the joint operation of unequally loaded columns in the frame and the form of deformation under the action of active forces. The calculated column lengths determined for frames with crane loads according to the proposed method are smaller than the calculated lengths determined according to the standard method by 8–20 %.

Keywords: *stability of compression-bent frames; unevenly loaded columns; shape of deformation; calculated length*

Постановка проблеми. Особливість сучасного розрахунку каркаса полягає в тому, що максимально вірогідним навантаженням може бути завантажена лише одна колона у складі рами [4].

Якщо одна з колон (біля якої міститься візок крана з вантажем) зазнає максимального впливу повздовжньої сили та згинального моменту, протилежна колона тотожного перерізу підлягає впливу значно менших зусиль.

У стійкості колон суттєву роль відіграє сумарна жорсткість колон у складі рами. У поперечному напрямку дві колони однопрогінного цеху зв'язані ригелем у рамну систему і колони не вільні у своєму переміщенні.

Розвиток значних пластичних деформацій в одній з колон не викликає втрати стійкості колони, бо вона працює у складі рами [5; 6]. Зростаюче навантаження сприймає протилежна колонна. Урахування сумісної роботи колон у складі рами дозволить більш раціонально проектувати за сучасними нормами.

Форма деформування стиснено-вигнутої рами стимулюється діючими наванта-

женнями, як правило, не збігається з першою власною формою, закладеною в нормах. Несна здатність залежить від співвідношення навантажень, що стимулюють різні власні форми і завжди вищі, ніж при викривленні за першою.

За дії активних навантажень рама деформується по змішаній формі, в яку крім першої входять у вигляді складових і другі власні вищі форми деформування.

Використання принципу незалежності дії навантажень дозволяє діючу на стрижень або стрижневу систему навантаження розкласти на складові так, щоб кожна складова стимулювала розвиток тієї чи іншої власної форми.

Після розкладання на складові розрахункового моменту можливо виділити частку його, що стимулюють першу власну форму. І після цього можливо підрахувати коефіцієнт розрахункової довжини μ з урахуванням дійсної роботи колон у складі рами.

Чим більшу частину складають вищі форми, тим менша деформативність і вища несна здатність системи, і це має експериментальне підтвердження.

Мета дослідження – розроблення методики розрахунку однопрогінних рам з урахуванням сумісної роботи колон у складі рами та урахуванням форми деформування за дії активного навантаження.

Результати. До розгляду прийняті прямолінійні стрижні постійного перерізу і плоскі системи, які складаються з таких стрижнів.

Для пружнопластичного матеріалу прийнято допущення про активність деформування в кожній точці конструкції. При цьому розвантаження не відбувається і пружнопластичний матеріал – нелінійно пружний.

Дослідження малих згинальних переміщень системи засноване на гіпотезі плоских перерізів і використанні наближеного виразу кривизни.

Забезпечено збереження плоскої форми вигину як для кожного елемента, так і для всієї системи в цілому. Використано дві гіпотези Н. В. Корноухова, які обґрунтовані вивченням числових прикладів [1–3]:

– стійкість одноповерхових і багатоповерхових рам практично не змінюється при заміні несиметричного навантаження на ці рами симетричною, за рахунок перерозподілу навантажень між вузлами одного рівня;

– якщо моменти інерції стрижнів одного рівня не сильно відрізняються один від одного, то вони можуть бути замінені без

значної похибки в розрахунку їх середніми значеннями.

Ці допущення дають змогу спростити розрахунок однопрогінних рам. Використовуючи дослідження стійкості рам [2], можна проаналізувати стійкість рами залежно від неоднакового навантаження колон повздовжніми силами.

Для отримання досить точних та простих розв'язків задач стійкості найбільш прагматичний спосіб, оснований на приближеному розв'язку трансцендентних рівнянь стійкості за допомогою розкладання функцій в ряд.

Умову критичного стану рами можна записати рівнянням:

$$n^2 \left[\frac{3}{2}(1+c)v + 9(1-c) \right] + n(1+c) \left[3(1-c)(v^2 + 3v) - \frac{1+c}{2}v^2(\alpha + \beta) \right] - \frac{3}{4}(1+c)^2v^2(\alpha + \beta) = 0,$$

де $v = 2(\alpha + \beta) - \frac{v^2}{2} = 0$; v, α, β – спеціальні функції методу переміщень для стиснено-вигнутих стрижнів; c – відношення зусиль у стійках.

Розглянемо однопрогінну раму з жорстким закріпленням сумісних колон у фундаменті та шарнірно спряженим ригелем із колонами (рис. 1).

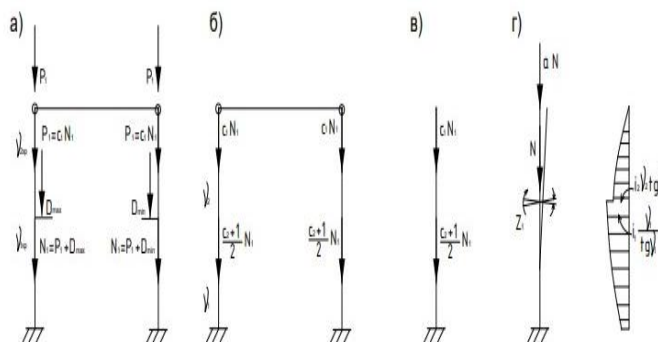


Рис. 1. Розрахункова схема:

a – рама, прийнята для розрахунку коефіцієнта μ ; *б* – приведена рама по навантаженням; *в* – приведена до стійки; *г* – основна система для розрахунку методом переміщень коефіцієнта μ

В обчисленні коефіцієнта розрахункової довжини враховані лише вертикальні сили, що діють на поперечник. Колони можуть

бути як постійного, так і перемінного перерізу:

– підкранова частина з погонною жорсткістю:

$$i_1 = \frac{EI_1}{h_1};$$

– надкранова частина з погонною жорсткістю:

$$i_2 = \frac{EI_2}{h_1}, \text{ а } n = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_1 l_2}{h_2 l_1}.$$

Послідовно приведена нерегулярна система до регулярної по навантаженнях (рис. 1, а та б), а потім до стійки (рис. 1, в), завантаженою зусиллям $N = \frac{(1+c_2)N_1}{h_1}$ (на нижньому рівні) та $c_1 N_1 = aN = \frac{a(1+c_2)N_1}{2}$ (на верхньому рівні), де $a = \frac{2c_1}{1+c_2}$.

Для визначення коефіцієнта розрахункової довжини стрижня використовуємо метод переміщень.

Для консольного стрижня з вільним верхнім кінцем (рис. 1, г) умови рівноваги мають вигляд:

$$\frac{EI_1 v_1}{h_1 \operatorname{tg} v_1} - \frac{EI_2 v_2 \operatorname{tg} v_2}{h_2} = 0, \quad (1)$$

де v_1 – безрозмірний параметр зусилля нижньої ділянки колони h_1 ; v_2 – безрозмірний параметр зусилля верхньої ділянки колони h_2 .

Рівняння (1) після перетворення матиме вигляд:

$$\frac{v_1}{h_1 \operatorname{tg} v_1} - \alpha v_1 \operatorname{tg}(\alpha v_1) = 0, \quad (2)$$

$$\text{де } \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{h_2}{h_1} \sqrt{\frac{l_1 2c_1}{l_2(c_2 + 1)}}.$$

Після перетворень:

$$\frac{v_1}{\operatorname{tg} v_1} \cong \frac{0,13(v_1^2 - 33v_1 + 76)}{9,87 - v_1}$$

та

$$v_2 \operatorname{tg} v_2 \cong \frac{0,8v_2^2(12,33 - v_2^2)}{9,87 - v_1}.$$

Розв'язавши рівняння відносно v_1 , отримаємо:

$$v_2 = \frac{1,77n\alpha^2(66 - \alpha^2) + 35,49(23 + \alpha^2)}{t + (16,6 - 0,5\alpha)(1,3\alpha^4 + 4)},$$

де $t = n\alpha^2(66 - \alpha^2)[\alpha^2(2,2n + 1) + 2]$.

Коефіцієнт розрахункової довжини μ_1 нижньої частини окремо стоячої колони (підкранової) можна показати залежно від параметра v_1 як $\mu_1 = \pi / v_1$.

Для нижньої частини колони у складі рами, тобто зворотний перехід від колони до рами:

$$v_{кр} = v_1 \sqrt{\frac{2}{1+c_2}}.$$

Тоді коефіцієнт розрахункової довжини підкранової (нижньої) частини колони в складі рами:

$$\mu_1^2 = \frac{\pi^2}{v_{кр}^2} = \frac{\pi^2}{\frac{2}{1+c_2} v_1^2} = \frac{\pi(1+c_2)}{2v_1^2} \quad (3)$$

і після перетворення:

$$\mu_1^2 = \frac{(1+c_2)\{n\alpha^2(66 - \alpha^2)[\alpha^2(2,2n + 1) + 2]\}}{0,37n\alpha^2(66 - \alpha^2) + 7,5(2,3 + \alpha^4)} + \frac{(16,6 - 0,5\alpha)(1,3\alpha^4 + 2)}{0,37n\alpha^2(66 - \alpha^2) + 7,5(2,3 + \alpha^4)}.$$

При цьому слід враховувати межу прийнятої формули з умови розриву функції v_1 :

$$n \leq v_1 \sqrt{\frac{2}{1+c_2}} - 1,5 \text{ за } \alpha \leq 1,0$$

та $n \leq 1,35 - 0,35\alpha$ за $\alpha \geq 1,0$.

На верхню частину стійки діє навантаження:

$$P_{кр} = c_1 N = v_2^2 \frac{2c_1}{1-c_2}. \quad (4)$$

Переходячи до параметра $v_{2кр}$, рівняння можна записати:

$$v_{2кр}^2 = \frac{2c_1}{1+c_2} v_2^2, \quad (5)$$

якщо $v_2 = \alpha v_1$, рівняння набуде вигляду:

$$v_{2кр}^2 = \alpha^2 v_1^2 \frac{2c_1}{1+c_2},$$

або $v_{2кр} = \alpha v \sqrt{\frac{2c_1}{1+c_2}}$. (6)

Якщо врахувати, що:

$$v_{1кр} = v_1 \sqrt{\frac{2c_1}{1+c_2}},$$

то $v = \alpha v_{1кр} \sqrt{c_1}$.

Коефіцієнт розрахункової довжини верхньої частини колони у складі рами:

$$\mu_2 = \frac{\pi}{v_{1кр}} = \frac{\mu_1}{\alpha \sqrt{c_1}}. \quad (7)$$

Значення коефіцієнта розрахункової довжини μ_1 колон рам, обчислені за нормативною та запропонованою методиками наведені на рисунку 2.

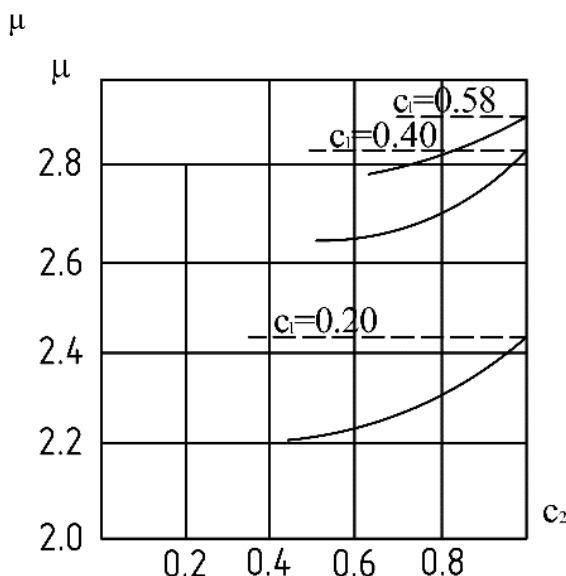


Рис. 2. Коефіцієнт розрахункової довжини залежно від навантажень, що діють на колони рами, розраховані: - - - за ДБН В.2.6-198:2014 [17]; — з урахуванням сумісної роботи колон

Аналізуючи графік, можна зробити висновок: зі збільшенням вантажопідйомності крана нерівномірність завантаження колон у рамі збільшується і коефіцієнт розрахункової довжини з урахуванням сумісної роботи колон у складі рами все більше відрізняється від коефіцієнта, визначеного за нормативною методикою.

Висновки

Розроблена наближена методика розрахунку на стійкість стисло-вигнутих колон сталевих рам із крановими навантаженнями враховує сумісну роботу неоднаково навантажених колон у складі рами та форму деформування за дії активних сил. Розрахункові довжини колон, визначені для рам з крановими навантаженнями за запропонованою методикою, менші розрахункових довжин, визначених за нормативною методикою, на 8–20 %.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Яровий С. М., Савицький М. В., Слободянюк С. О. Резерви несучої здатності сталевих колон у складі однопрогонового каркасу з крановими навантаженнями. *Опір матеріалів та теорія споруд* : зб. наук. пр. Вип. 108. Київ : КНУБА, 2022. С. 217–243.
2. Яровий С. М., Савицький М. В., Слободянюк С. О. Забезпечення надійності металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж. *Опір матеріалів та теорія споруд* : зб. наук. пр. Вип. 106. Київ : КНУБА, 2021. С. 120–146.

3. Яровий С. М., Слободянюк С. О., Титюк А. О. Фізико-статистичний метод оцінки надійності елементів металевих димових труб і вентиляційних труб та їх несучих веж. *Науковий вісник будівництва : зб. наук. пр.* Вип. 2 (96). Харків : ХНУБА, ХОТВ АБУ, 2019. С. 264–269.
4. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. Київ : Мінрегіон України, 2014. 206 с.
5. Considere. Resistance des pieces comprimee cong. Paris : Inst. des Construct Comptes Rendus, 1891. Pp. 37–43.
6. Euler. Sur la force des colonnes. Berlin. *Mit. Acad.* Pp. 1757–1759. 170 p.

REFERENCES

1. Yarovy S.M., Savytskyi M.V. and Slobodyaniuk S.O. *Rezervy nesuchoyi zdatnosti stalevykh kolon na skladi odnoprohonovoyi ramy z kranovymy vantazhamy* [Reserves of bearing capacity of steel columns in a single-span frame warehouse with crane loads]. *Resistance of materials and the theory of gazila : coll. of scient. works.* Kyiv : KNUBA Publ., 2022, iss. 108, pp. 217–243. (in Ukrainian).
2. Yarovy S.M., Savytskyi M.V. and Slobodyaniuk S.O. *Zabezpechennya nadiynosti metalevykh dymovykh i ventylyatsiynykh trub ta yikh nesuchykh vezh* [Ensuring the reliability of metal smoke and ventilation pipes and their supporting towers]. *Resistance of materials and theory of structures : coll. of scient. Works.* Kyiv : KNUBA Publ., 2021, iss. 106, pp. 120–146. (in Ukrainian).
3. Yarovy S. M., Slobodyanyuk S. O. and Tytyuk A. O. *Fizyko-statystychnyy metod otsinky nadiynosti elementiv metalevykh dymovykh trub i ventylyatsiynykh trub ta yikh nesuchykh vezh* [Physical-statistical method of reliability assessment of elements of metal smoke pipes and ventilation pipes and their supporting towers]. *Scientific Herald of Construction : coll. of scient. works.* Kharkiv : KNUBA Publ., HOTV ABU, 2019, iss. 2 (96), pp. 264–269. (in Ukrainian).
4. ДБН В.2.6-198:2014. *Stalevi konstruktsiyi. Normy proektuvannya* [Steel structures. Design standards]. Kyiv : Ministry of Regions of Ukraine, 2014. 206 p. (in Ukrainian).
5. Considere. Resistance des pieces comprimee cong. Paris : Inst. des Construct Comptes Rendus, 1891, pp. 37–43.
6. Euler. Sur la force des colonnes. Berlin. *Mit. Acad.* Pp. 1757–1759, 170 p.

Надійшла до редакції: 07.03.2023.