

УДК 519.6:628.33

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.261223.29.1004

## ЕКСПРЕС-РОЗРАХУНОК КИСНЕВОГО РЕЖИМУ В ОЧИСНИХ СПОРУДАХ

БІЛЯЄВ М. М.<sup>1</sup>, *докт. техн. наук, проф.*,  
МАШИХІНА П. Б.<sup>2\*</sup>, *канд. техн. наук, доц.*,  
ТАТАРКО Л. Г.<sup>3</sup>, *канд. техн. наук, доц.*,  
ЧІРКОВ А. О.<sup>4</sup>, *асп.*,  
ЧІРВА М. В.<sup>5</sup>, *асп.*

<sup>1</sup> Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [biliaiev.m@gmail.com](mailto:biliaiev.m@gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-1531-7882

<sup>2\*</sup> Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [gidro\\_eko@ukr.net](mailto:gidro_eko@ukr.net), ORCID ID: 0000-0003-3057-9204

<sup>3</sup> Кафедра енергетики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 753-56-38, e-mail: [larisa.tatarako@gmail.com](mailto:larisa.tatarako@gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-2080-6090

<sup>4</sup> Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID ID: 0009-0005-4326-2881

<sup>5</sup> Кафедра гідравліки, водопостачання та фізики, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID ID: 0009-0006-1416-9482

**Анотація.** *Постановка проблеми.* Ефективність біологічного очищення води суттєво залежить від концентрації розчинного кисню в об'ємі біореактора. Але під час роботи біореакторів кисневий режим змінюється, тому важливо прогнозувати концентрацію кисню для різних режимів експлуатації очисних споруд. Для розрахунку кисневого режиму використовуються спрощені математичні моделі, але такі моделі розроблені для типових біореакторів. Важливим завданням стало розроблення ефективних багатофакторних чисельних моделей для оцінювання кисневого режиму в реакторах різної геометричної форми, що відрізняються від «класичних». *Мета роботи* – розроблення CFD-моделі для оперативного оцінювання кисневого режиму в біореакторах. *Методика.* Для математичного моделювання кисневого режиму в біореакторі використовується двовимірне рівняння масопереносу, що враховує місце подачі кисню від аератора, розташованого у споруді, гідродинаміку течії в біореакторі, процес дифузії. Для розв'язання гідродинамічної задачі використано модель потенціального руху. Чисельне інтегрування моделювальних рівнянь здійснюється шляхом використання скінченно різницевої схеми розщеплення. На кожному кроці розщеплення різницеві рівняння розв'язуються за допомогою явних схем. Це дозволяє просту комп'ютерну реалізацію чисельної моделі. *Наукова новизна.* Розроблено багатофакторну двовимірну CFD-модель, що дозволяє швидко оцінити кисневий режим у біореакторі, який використовується для очищення стічних вод. *Практична значущість.* Розроблена CFD-модель та комп'ютерний код можуть бути використані на етапі проектування або реінжинірингу біореакторів з метою пошуку оптимального розташування в споруді аераторів. *Висновки.* Здійснено програмну реалізацію розробленої чисельної моделі. Наведено результати обчислювального експерименту із дослідження процесу очищення стічних вод у відстійнику.

**Ключові слова:** біологічне очищення води; аеротенк; чисельне моделювання; обчислювальний експеримент

## EXPRESS CALCULATION OF OXYGEN REGIME IN WASTEWATER FACILITIES

BILIAIEV M.M.<sup>1</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,  
MASHYKHINA P.B.<sup>2\*</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,  
TATARKO L.H.<sup>3</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,  
CHIRKOV A.O.<sup>4</sup>, *Postgrad. Stud.*,  
CHYRVA M.V.<sup>5</sup>, *Postgrad. Stud.*

<sup>1</sup> Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [biliaiev.m@gmail.com](mailto:biliaiev.m@gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-1531-7882

<sup>2\*</sup> Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [gidro\\_eko@ukr.net](mailto:gidro_eko@ukr.net), ORCID ID: 0000-0003-3057-9204

<sup>3</sup> Department of Power Engineering, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 753-56-38, e-mail: [larisa.tatarko@gmail.com](mailto:larisa.tatarko@gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-2080-6090

<sup>4</sup> Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID ID: 0009-0005-4326-2881

<sup>5</sup> Department of Hydraulics, Water Supply and Physics, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (056) 373-15-09, e-mail: [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID ID: 00009-0006-1416-9482

**Abstract. Problem statement.** The efficiency of biological water purification depends significantly on the concentration of dissolved oxygen in the volume of the bioreactor. But during the operation of bioreactors, the oxygen regime changes, so it is important to predict the oxygen concentration for different modes of operation of treatment plants. Simplified mathematical models are used to calculate the oxygen regime, but these models are designed for typical bioreactors. An important task is the development of effective multivariate numerical models for evaluating the oxygen regime in reactors of different geometric shapes, which differ from “classical” reactors. **The purpose of the article.** Development of a CFD model for operational evaluation of the oxygen regime in bioreactors. **Methodology.** For mathematical modeling of the oxygen regime in the bioreactor, a two-dimensional mass transfer equation is used, which takes into account the place of oxygen supply from the aerator located in the building, the hydrodynamics of the flow in the bioreactor, and the diffusion process. The potential motion model was used to solve the hydrodynamic problem. Numerical integration of modeling equations is carried out by using finite-difference splitting schemes. At each splitting step, the difference equations are solved using explicit schemes. This allows a simple computer implementation of the numerical model. **Scientific novelty.** A multifactor two-dimensional CFD model was developed, which allows for a quick assessment of the oxygen regime in a bioreactor used for wastewater treatment. **Practical significance.** The developed CFD model and computer code can be used at the stage of designing or re-engineering bioreactors in order to find the optimal location of aerators in the structure. **Conclusions.** The software implementation of the developed numerical model was carried out. The results of a computational experiment on the study of the wastewater treatment process in a sedimentation tank are presented.

**Keywords:** *biological water treatment; aeration tank; numerical modelling; computational experiment*

**Постановка проблеми.** Визначення кисневого режиму в спорудах біологічного очищення стічних вод відіграє особливо важливу роль на етапі експлуатації або проектування споруд водовідведення [2–5]. Це пов'язано з необхідністю підтримання визначеного рівня концентрації кисню в очисних спорудах для нормальної життєдіяльності активного мулу. Розв'язання цієї задачі теоретичним шляхом пов'язане з низкою труднощів, тому що концентрація кисню залежить від багатьох факторів. Отож для практики дуже важливо мати методи експрес-розрахунку концентрації кисню в спорудах біологічного очищення стічних вод для аналізу ефективності роботи цих споруд та визначення заздалегідь підходів щодо поліпшення кисневого режиму в споруді [6–10].

Найбільш потужний інструмент розв'язання цієї задачі – математичне моделювання [1; 7–10]. При цьому актуальним постає розроблення математичних моделей, що дозволяють оперативно отримати поле концентрації

кисню у різних частинах споруди та визначити зони, де має місце нестача кисню, що спричинить зниження ефективності очищення води. За допомогою математичного моделювання можливо визначити зони впливу аераторів в аеротенку та визначити їх раціональне розташування всередині споруди.

**Мета статті** – розроблення математичної моделі для експрес-оцінювання розподілу концентрації кисню в стічних водах, що проходять процес біологічного очищення в аеротенку.

**Методика.** Для побудови чисельної моделі динаміки стічних вод та масопереносу кисню в стічних водах в аеротенку будемо враховувати геометричну форму споруди, положення аераторів, їх витрату, процес масопередачі кисню від бульбашки повітря в стічні води та споживання кисню активним мулом.

Моделювальні рівняння для опису цих процесів мають вигляд (1) – (3). Рівняння масопереносу та гідродинаміки мають вигляд [1]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) +$$

$$+ \sum Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i); \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0; \quad (2)$$

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, v = \frac{\partial P}{\partial y};$$

$$\frac{dC}{dt} = K_{La}(C_s - C) - r, \quad (3)$$

де  $C$  – концентрація кисню в стічних водах;  $K_{La}$  – коефіцієнт масопередачі [11; 12];  $C_s$  – максимальне значення концентрації розчинного кисню в стічній воді;  $r$  – швидкість споживання кисню активним мулом [3];  $P$  – потенціал швидкості;  $u, v$  – компоненти швидкості потоку стічних вод в аеротенку;  $t$  – час;  $\mu_x, \mu_y$  – коефіцієнти дифузії.

Граничні умови для рівняння (1) такі:

1) на вході в аеротенк:  $C = C_{in}$ , де  $C_{in}$  – відома концентрація кисню в стічних водах, що потрапляють в аеротенк;

2) на виході з аеротенка:

$$C(i+1, j) = C(i, j),$$

де  $C(i+1, j)$  – концентрації кисню в стічній воді в останній обчислювальній комірці;  $C(i, j)$  – концентрація кисню в попередній обчислювальній комірці;

3) на твердих поверхнях аеротенка:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0,$$

де  $n$  – одинична нормаль до поверхні.

Початкові умови мають вигляд за  $t = 0$ :  $C = C_0$ , де  $C_0$  – відома концентрація кисню в аеротенку на початок розрахунку.

Граничні умови для рівняння (2) наведені в [1].

Таким чином, для розрахунку поля швидкості потоку стічних вод у відстійнику потрібно розв'язати рівняння (2). Для

визначення поля концентрації кисню в стічних водах, що проходять обробку в аеротенку, потрібно розв'язати рівняння (1), (3).

**Чисельна модель.** Для побудови чисельної моделі на базі диференціальних рівнянь (1) та (2) використовуються скінченно різницевої схеми.

Для чисельного інтегрування рівняння (1) попередньо здійснюється наступне його розщеплення:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right);$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \sum Q_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i).$$

Для чисельного інтегрування першого рівняння системи (рівняння, що описує конвективний перенос кисню) використовується наступна схема розщеплення:

– на першому кроці ( $k = 1/2$ ) різницевої рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^n}{\Delta t} + L_x^+ C^k + L_y^+ C^k = 0;$$

– на другому кроці розщеплення різницевої рівняння має вигляд:

$$\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^k}{\Delta t} + L_x^- C^{n+1} + L_y^- C^{n+1} = 0.$$

Значення різницевої операторів  $L_x^+$ ,  $L_x^-$ ,  $L_y^+$  наведені в [1]. Значення концентрації кисню в стічних водах на кожному кроці розщеплення обчислюється за явною формулою, що зручно для програмування.

Для чисельного інтегрування другого рівняння системи (рівняння дифузії) використовується схема розщеплення, що має назву «схема умовної апроксимації»:

$$\frac{C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - C_{i,j}^n}{\Delta t} = \left[ \mu_x \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} \right] + \left[ \mu_y \frac{-C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} \right],$$

$$\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \left[ \mu_x \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[ \mu_y \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right].$$

Зауважимо, що значення концентрації кисню в стічній воді, на кожному кроці розщеплення, також обчислюється за явною формулою.

Для побудови чисельної моделі на базі рівняння (2) попередньо його приводимо до вигляду:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}, \tag{4}$$

де  $t$  – фіктивний час.

Для чисельного інтегрування рівняння (4) використовується також «схема умовної апроксимації».

Після визначення поля потенціалу розраховуються компоненти вектора швидкості потоку стічних вод :

$$u = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x}, \tag{5}$$

$$v = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta y}.$$

Алгоритм розв’язання задачі по розрахунку концентрації кисню в біореакторі такий :

1. Розраховується поле потенціалу  $P(x, y, k)$  у відстійнику (чисельне інтегрування рівняння (2)).
2. Визначається поле швидкості потоку стічних вод  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$ ,  $w(x, y, z)$  (розрахунок на базі залежностей (5)).
3. Розраховується концентрація домішки у відстійнику (шляхом чисельного інтегрування рівняння (1)).

На базі розробленої чисельної моделі розроблено комп’ютерну програму «OXYgen-2D». Програмування виконане алгоритмічною мовою FORTRAN.

**Результати.** Нижче наведено результати параметричних досліджень на базі побудованої чисельної моделі. Для проведення обчислювального експерименту розглядалися різні варіанти розташування аераторів в аеротенку. Мета обчислювального експерименту – перевірка можливості розробленої чисельної моделі для моделювання поля концентрації розчинного кисню в біореакторі для різних варіантів розташування аераторів. Розрахунок здійснювався при таких даних:  $K_{La} = 0,07$  [1/с];  $C_s = 9$  мг/л;  $r = 0,95$  мг/(л год.); концентрація розчинного кисню в стічних водах на вході в аеротенк 7 мг/л.

На рисунку 1 показано поле концентрації розчинного кисню для першого сценарію – 5 аераторів розташовані на спеціальних підставках всередині споруди. Положення аераторів показане у вигляді «кола» на рисунках. Слід підкреслити, що в моделюванні враховується вплив даних підставок на гідродинаміку течії в споруді. Концентрація розчинного кисню наведена на рисунках у відсотках від максимального значення розчинного кисню  $C_{max}$  у споруді. Значення  $C_{max}$  показане під рисунком.

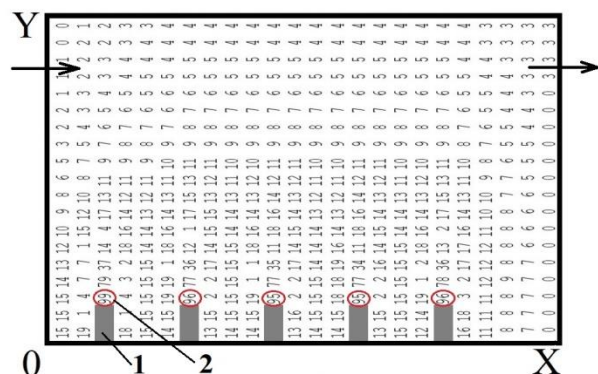


Рис. 1. Поле концентрації розчинного кисню в біореакторі,  $C_{max} = 5.06$  мг/л (сценарій № 1)

На рисунку 2 показано поле концентрації розчинного кисню для другого сценарію – 4 аератори розташовані між

спеціальними підставками всередині споруди.

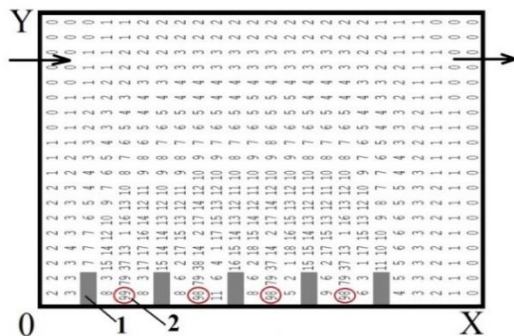


Рис. 2. Поле концентрації розчинного кисню в біореакторі,  $C_{max} = 5.24$  мг/л (сценарій № 2)

На рисунку 3 показано поле концентрації розчинного кисню для третього сценарію – 8 аераторів розташовані на підставках і між спеціальними підставками всередині споруди.

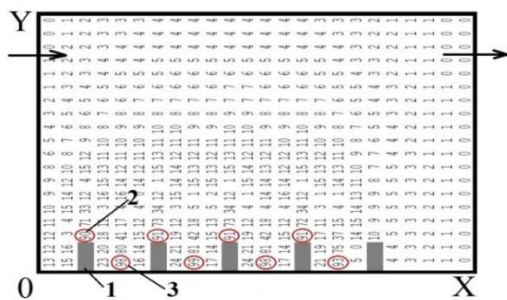


Рис. 3. Поле концентрації розчинного кисню в біореакторі,  $C_{max} = 5.82$  мг/л (сценарій № 3)

Аналіз результатів комп'ютерного моделювання показує таке. По-перше, дія аераторів проявляється в обмеженій зоні. Так, уже на глибині 0,5 Н (Н – повна глибина споруди) концентрація розчинного кисню перебуває в межах 0,5 мг/л, що недостатньо для процесу біологічного очищення стічних вод. Таким чином, у верхній частині споруди має місце низька концентрація розчинного кисню в стічній воді.

По-друге, біля аераторів формуються підзони з підвищеним значенням

концентрації кисню, що також не сприятливо для біологічного очищення стічних вод. Тобто в значній частині споруди для розглянутих сценаріїв розташування аераторів має місце незадовільне значення концентрації розчинного кисню в стічних водах, що проходять обробку в споруді.

Таким чином, побудована чисельна модель дає можливість «заглянути» всередину очисної споруди та визначити зони, де є нестача або надлишок кисню.

Зазначимо, що час розрахунку кожного сценарію становив 2 с.

**Наукова новизна та практична цінність.** Розроблено ефективну 2D CFD-модель для оцінювання кисневого режиму в біореакторах, що мають складну геометричну форму. Особливість запропонованої CFD-моделі – це можливість оцінювати кисневий режим із довільного розташування аераторів у споруді.

CFD-модель може бути корисна під час проектування нових або реінжинірингу існуючих споруд біологічного очищення стічних вод. Модель дозволяє науково обґрунтувати положення аераторів в аеротенку для забезпечення раціонального режиму подачі кисню в споруду.

### Висновок

Розроблено 2D CFD-модель для аналізу кисневого режиму в спорудах біологічного очищення стічних вод. Модель дає можливість оперативно визначити концентраційні поля кисню в споруді з урахуванням гідродинаміки течії та різноманітного розташування аераторів.

У подальшому цей науковий напрям слід розвивати в галузі розроблення 3D CFD-моделі для аналізу кисневого режиму в біореакторах.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Біляєв М. М., Козачина В. А., Гунько О. Ю., Лемеш М. В. Комп'ютерне моделювання процесів біологічної очистки стічних вод. Дніпро : Журфонд, 2023. 186 с.
2. Василенко О. А., Грабовський П. О., Ларкіна Г. М., Поліщук О. В., Прогульний В. Й. Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення : навч. посіб. Київ : ІВНВКП «Укрґеліотек», 2010. 272 с.

3. Карелин Я. А., Жуков Д. Д., Журов В. Н., Репин Б. Н. Очистка производственных сточных вод в аэротенках. 1973. 223 с.
4. Ласков Ю. М., Воронов Ю. В., Калицун В. И. Примеры расчетов канализационных сооружений. 1981. 237 с.
5. Олійник О. Я., Айрапетян Т. С. Моделивання очисних стічних вод від органічних забруднень в біореакторах-аэротенках зі зваженим (вільно плаваючим) і закріпленим біоценозом. *Доповідь НАН України*. 2015. № 5. С. 55–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055>.
6. Alharbi A. O. M. The biological treatment of wastewater : mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*. 2016. Vol. 94, iss. 2. Pp. 347–348. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972716000411>.
7. Babaei A., Azadi R., Jaafarzadeh N., Alavi N. Application and Kinetic Evaluation of upflow Anaerobic bio-film Reactor for Nitrogen Removal from Wastewater. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*. 2013. Vol. 10, iss. 1. Pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20>.
8. Dapelo D., Bridgeman G. A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science & Technology*. 2020. Vol. 81, iss. 8. Pp. 1646–1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086>.
9. Mocanu C. R., Mihaillescu R. Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull., Series D*. 2012. Vol. 74, iss. 2. Pp. 191–198.
10. Pereda M., Zamarreno J. M. Agent – based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19th Mediterrian Conference on Control and Automation Aquis*. 2011. Pp. 1128–1133. DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027>.
11. Pisut Painmanakul et al. Theoretical Prediction of Volumetric Mass Transfer Coefficient (KLA) for Designing Aeration Tank. *Engineering Journal*. 2009. Pp. 13–28. doi:10.4186/ej.2009.13.3.13.
12. Vanags J., Suleiko A. Oxygen Mass Transfer Coefficient Application in Characterisation of Bioreactors and Fermentation Processes. *Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*. 2022. № 5. Pp. 21–32. DOI: <https://doi.org/10.2478/lpts-2022-0038>.

## REFERENCES

1. Biliaiev M.M., Kozachyna V.A., Gunko O.Yu. and Lemesh M.V. *Kompyuterne modelyuvannya procesiv biologichnoyi ochystky stichnyx vod* [Computer modeling of biological wastewater treatment processes: monograph]. Dnipro : Zhurfond Publ., 2023. (in Ukrainian).
2. Vasylenko O.A., Hrabovskiy P.O., Larkina H.M., Polishchuk O.V. and Prohulnyi V.Y. *Rekonstruktsiia i intensyfikatsiia sporud vodopostachannia ta vodovidvedennia: navchalnyi posibnyk* [Reconstruction and intensification of water supply and drainage facilities]. Kyiv : IVNVKP “Ukrheliotek” Publ., 2010. (in Ukrainian).
3. Karelin Ya.A., Zhukov D.D., Zhurov V.N. and Repin B.N. *Ochistka proizvodstvennykh stochnykh vod v aerotenkakh* [Treatment of industrial wastewater in aerotanks]. 1973. (in Russian).
4. Laskov Yu.M., Voronov Yu.V. and Kalicun V.I. *Primery raschetov kanalizacionnykh sooruzhenij* [Examples of calculations of sewer structures]. 1981. (in Russian).
5. Oleynik A.Y. and Airapetyan T.S. *Modelyuvannya ochysnykh stichnykh vod vid orhanichnykh zabrudnen' v bioreaktorakh-aerotenkakh zi zvaženym (vil'no plavayuchym) i zakriplenym biotsenozom* [The modeling of the clearance of waste waters from organic pollutions in bioreactors-aerotanks with suspended (free flow) and fixed biocenoses]. *Dopovid' NAN Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2015, no. 5, pp. 55–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055>. (in Ukrainian).
6. Alharbi A.O.M. The biological treatment of wastewater: mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*. 2016, vol. 94, iss. 2, pp. 347–348. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0004972716000411>.
7. Babaei A., Azadi R., Jaafarzadeh N. and Alavi N. Application and Kinetic Evaluation of upflow An-aerobic biofilm Reactor for Nitrogen Removal from Wastewater. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*. 2013, vol. 10, iss. 1, pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20>.
8. Dapelo D. and Bridgeman G. A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science & Technology*. 2020, vol. 81, iss. 8, pp. 1646–1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086>.
9. Mocanu C.R. and Mihaillescu R. Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull. Series D*. 2012, vol. 74, iss. 2, pp. 191–198.
10. Pereda M. and Zamarreno J.M. Agent–based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19th Mediterrian Conference on Control and Automation Aquis*. 2011, pp. 1128–1133. DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027>.
11. Pisut Painmanakul et al. Theoretical Prediction of Volumetric Mass Transfer Coefficient (KLA) for Designing Aeration Tank. *Engineering Journal*. 2009, pp. 13–28. DOI: 10.4186/ej.2009.13.3.13.
12. Vanags J. and Suleiko A. Oxygen Mass Transfer Coefficient Application in Characterisation of Bioreactors and Fermentation Processes. *Latvian Journal of Physics and Technical Sciences*. 2022, no. 5, pp. 21–32. DOI: <https://doi.org/10.2478/lpts-2022-0038>.

Надійшла до редакції: 21.10.2023.