

УДК 539.3:624.07

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.270425.67.1145

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙ ЛОКАЛІЗАЦІЇ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ В УМОВАХ ПЛИННОСТІ

ЛАБІБОВ Р. Р.^{1*}, *здоб.*,

ХОДАНЕН Т. В.², *канд. ф.-м. наук, доц.*

^{1*} Кафедра теоретичної та комп'ютерної механіки, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Науки, 72, 49000, Дніпро, Україна, e-mail: postrediori@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8535-2424

² Кафедра теоретичної та комп'ютерної механіки, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Науки, 72, 49000, Дніпро, Україна, e-mail: thod7474@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9194-3634

Анотація. Постановка проблеми. З даних експериментальних досліджень відомо, що перехід від пружного стану до стану пластичності відбувається в усьому об'ємі зразка не одночасно, а поступово. При цьому в матеріалі виникають дві області з різними механічними властивостями та певною границею між ними, яка розповсюджується з визначеною швидкістю. Для опису цього процесу використано аналітичну модель поведінки матеріалу в умовах плинності, що включає гіпотезу про зв'язок поведінки матеріалу на піку-зубі на початку пластичної течії та подальшого різкого падіння напружень із вивільненням дислокацій. **Мета.** За допомогою чисельних методів продемонструвати, що використана теорія пластичності дозволяє моделювати в матеріалі повільну хвилю, що визначає рух фронту пластичної деформації. Отримати чисельні результати для таких конструкційних елементів як балки під дією згинального моменту та труби під дією внутрішнього тиску. **Методика.** Для досліджень стану пластичності з наведеними особливостями була реалізована чисельна модель у пакеті SIMULIA Abaqus Learning Edition. Однією з переваг цього програмного пакету є можливість задавати поведінку нестандартних матеріалів, зокрема було обрано матеріал з кусково-лінійною діаграмою напружень-деформацій, яка має низхідні ділянки, що відповідає процесу деформаційного розм'якшення. Інша особливість чисельного моделювання процесу локалізації зумовлена потребою врахування неоднорідності напружено-деформованого стану моделі. Для цього у розрахункову сітку скінчених елементів моделі було додано спеціальний елемент зі зниженою межею плинності, порівняно з рештою вузлів. **Практичні результати.** Запропонований підхід дозволяє описувати поведінку конструкційних елементів різної форми, які виготовлені з матеріалів із майданчиком плинності, та надавати оцінку їхньої поведінки у стані пластичності та прогнозувати втрату стійкості.

Ключові слова: пластична деформація; межа плинності; смуги Людерса; фронт локалізації пластичної деформації

NUMERICAL MODELLING OF PLASTICITY LOCALIZATION IN STRUCTURAL ELEMENTS DURING YIELDING

LABIBOV R.R.^{1*}, *Appl.*,

KHODANEN T.V.², *Cand. Sc. (Phys.-Math.), Sen. Lect.*

^{1*} Department of Theoretical and Computational Mechanics, Oles Honchar Dnipro National University, 72, Nauky ave., Dnipro, 49000, Ukraine, e-mail: postrediori@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8535-2424

² Department of Theoretical and Computational Mechanics, Oles Honchar Dnipro National University, 72, Nauky ave., Dnipro, 49000, Ukraine, e-mail: thod7474@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9194-3634

Abstract. Problem statement. Experimental data shows that during progression of state of plasticity across a specimen doesn't occur simultaneously and it is a gradual process. A specimen divides into two volumes where the material possesses different mechanical states and there is a well-observed boundary between them that protrudes through a specimen with a specific velocity. This publication describes a numerical model of material's behavior using numerical methods. To achieve this analytical model of yielding material is formulated that includes a hypothesis of connection between state on plastic tooth-peek and consequent decrease of strain with release of dislocations. **Research purpose.** Use a numerical package tool to demonstrate that the plasticity theory used allows modeling a slow plasticity wave in a material. Obtain numerical modelling results for such construction elements as beams deformed by a bending moment and pipes under internal pressure. **Methodology.** In order to simulate plastic state with the aforementioned peculiarities a finite element model was created in SIMULIA Abaqus Learning Edition package. One of the advantages

of this software is an ability to formulate behavior of materials with non-standard properties, in particular a material with stress-strain diagram defined as a piece-wise curve that has segments of descending stresses to account for strain-softening during plasticity. Another point is the fact that plasticity localization requires a non-uniform state of the model to account for the observation that localization starts in the vicinity of local imperfections in the crystalline structure. In order to implement this effect and initiate localization bands in the defined area of the model, one of the elements of the finite element lattice is set to represent an imperfection by having a decreased yielding limit relative to the rest of the nodes. **Conclusions.** The described approach allows creation of comprehensive models of construction elements of different shape made with a material with a yielding plateau, and evaluate behavior during plasticity phase and made assumptions about loss of stability.

Keywords: plastic deformation; yielding limit; Lüders bands; plasticity localization boundary

Вступ. Механіка матеріалів з майданчиком плинності, для яких притаманне явище локалізації пластичної деформації, є галуззю, що розвивається з 1960-х рр. Теоретичні та експериментальні дослідження цього класу матеріалів нададуть змогу визначати нові сфери їх застосування. Актуальність таких досліджень зумовлена й вимогами до сучасних технічних рішень, зокрема щодо підвищеної стійкості до знакозмінних і вібраційних навантажень, більшої здатності до пластичної деформації без руйнування, ніж у матеріалів, що зазвичай використовуються для забезпечення міцності та цілісності конструкцій. Саме наявність двох стійких форм рівноваги та візуально помітного настання пластичної течії надало змогу знайти широке використання цим матеріалам в таких галузях як супутникобудування, медичні технології, конструювання датчиків. До таких матеріалів відносяться, наприклад, матеріали з пам'яттю форми, наприклад, нітінол (нікелід титану NiTi) та сплави на основі нікелю і марганцю (FeNiCoAl, CuAlMn, FeMnAlNi).

У будівельній галузі клас матеріалів з майданчиком плинності використовується, починаючи з 1990-х рр. Ці матеріали, незважаючи навіть на їхню низьку, порівняно зі сталями, несучу здатність, мають такі особливості як стійкість до періодичних, знакозмінних навантажень, вібрацій, легкість, корозійну стійкість, набагато більшу межу руйнування в стані пластичності, що дозволяє використовувати їх у сценаріях, пов'язаних з реконструкцією та запобіганням ризикам.

Аналіз публікацій. У ряді експериментів показано як розвиток смуг локалізації в тілі під дією навантаження відбувається в стані плинності [1–3]. В експериментальних роботах [4; 5] показано, що смуга локалізації поширюється в тілі з деякою визначеною постійною швидкістю V . В [6] дається оцінка швидкості, отримана з аналітичного розв'язку. Однак такий розв'язок описує поведінку тільки окремого класу матеріалів, для яких на діаграмі напружень-деформацій матеріалу існують тільки стани пружності та зміцнення.

У сталі та зазначених вище сплавах, використовуваних на практиці, смуга локалізації розвивається у вигляді смуги зсуву між структурними шарами [7; 8] (шарами атомів у кристалічній решітці, шарами зерен та ін.) Відома певна аналогія розвитку лінії локалізації з процесом утворення тріщини II типу [9]: наявність стрибка поперечних переміщень V , що виникають на берегах тріщини і смуг локалізації дотичних напружень. Однак лінія локалізації має ряд особливих властивостей, таких як можливість закриття («заліковування») через оборотний характер зсуву структурної решітки.

Опис моделі. Для моделювання механізму розвитку смуг Людерса у матеріалі з майданчиком плинності, який складається з фериту із включеннями суттєво більш міцного перліту, розглядається зсув двох сусідніх зерен перліту і фериту на відстань η під впливом сили T [1]. Прийmemo в зерні фериту модель пружно-пластичної поведінки, а в зерні перліту модель крихкого руйнування. Таким чином можна охарактеризувати

залежність дотичних напружень τ ($\tau = T / \delta$) від деформації зсуву γ ($\gamma = \eta / \delta$) між двома зернами моделлю Новожилова для утворення тріщини в пружному тілі [11]:

$$\tau = G(\gamma / \gamma_C) \exp(-\gamma / \gamma_C) + \tau_0(1 + a\gamma / \gamma_C)[1 - \exp(-\gamma / \gamma_C)], \quad (1)$$

де γ_C – деформація на межі міцності на зсув:

$$\gamma_C = G \exp(-1) + \tau_0(1 + a)[1 - \exp(-1)].$$

Перший доданок в співвідношенні (1) відповідає за руйнування зерна перліту, а другий – за пружно-пластичні деформації фериту.

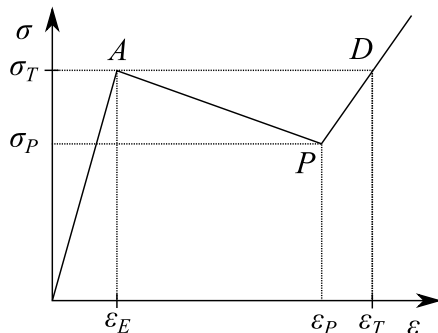


Рис. 1. Кусково-лінійна діаграма σ - ε одноосового розтягування матеріалу

Таблиця

Параметри кусочно-лінійної діаграми матеріалу

Параметр	Значення
Межа пружності ε_E	0,2 %
Межа текучості ε_T	2,2 %
Напруження початку плинності σ_T	100 МПа
Напруження закінчення розм'якшення σ_P	80 МПа
Деформація ε_P	2,0 %

На основі експериментальних даних [12] було побудовано кусково-лінійну діаграму σ - ε , яка представлена на рисунку 1 а її параметри – в таблиці. Механічна поведінка матеріалу пластини задається діаграмою з низхідною ділянкою, що слідує безпосередньо за ділянкою пружного

деформування. Для чисельного моделювання поведінки зразків, вироблених із матеріалів із майданчиком плинності було використано скінчено-елементний пакет SIMULIA Abaqus Learning Edition. Однією з переваг цього програмного пакету є здатність задавати поведінку нестандартних матеріалів, зокрема було використано матеріал з кусково-лінійною діаграмою напружень-деформацій, а також можливість задати низхідні ділянки на цій діаграмі, що відповідає процесу деформаційного розм'якшення. Ще однією особливістю чисельного моделювання процесу локалізації є необхідність врахування неоднорідності напружено-деформованого стану моделі. Для цього в розрахункову сітку скінчених елементів моделі було додано спеціальний елемент зі зниженою межею плинності, порівняно з рештою вузлів.

Задача про пластичну деформацію в балці під дією згинального моменту. Розглянуто чистий згин полоси (поздовжнього перерізу, що містить вісь балки, симетричної по ширині) постійної висоти h та довжини L під дією згинального моменту M (рис. 2). Напружено-деформований стан в полосі залишається однорідним до тих пір, доки величина напружень в крайніх волокнах ($A-A$, $A'-A'$, рис. 2) не досягне значення верхньої межі плинності $\sigma_T = 100$ МПа [13].

Дослідження процесу деформації проводилося з використанням скінчено-елементної моделі (рис. 3). З огляду на симетрію в моделі враховано тільки половину полоси. На осі симетрії полоси введено початкову недосконалість P у вигляді скінченого елемента з межею плинності σ_T^* , що становить 80 % від межі плинності всього іншого матеріалу. Таким чином, процес деформації полоси після досягнення межі плинності стає неоднорідним [13].

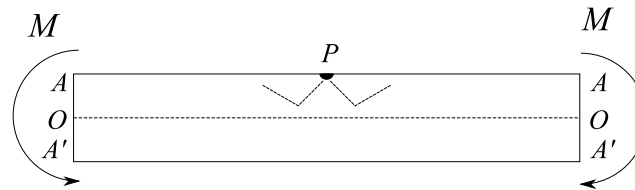


Рис. 2. Чистий згин полоси під дією згинальних моментів

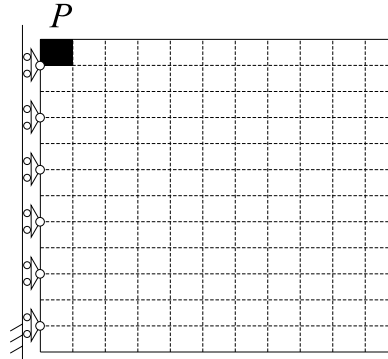


Рис. 3. Скінчено-елементна модель полоси

Результати моделювання процесу пластичної локалізації при збільшенні згинального моменту M представлені на рисунку 4, де зображено область в околиці вузла початкової недосконалості P . На кожному рисунку представлено область розмірами $6,88 \times 5$ см, у якій нижня границя співпадає з нейтральною лінією ($O-O$ на рис. 2), верхня границя області співпадає з верхньою границею полоси ($A-A$ на рис. 2), а ліва границя – з вертикальною віссю симетрії полоси. Таким чином, вузол з початковою недосконалістю розташований у верхньому лівому куті. Темнішим відтінком позначається область локалізації, а саме вузли, в яких після досягнення напруженнями значення σ_T починається процес розм'якшення та зниження напружень до σ_p згідно з низхідною ділянкою $A-P$ на діаграмі напружень-деформацій (рис. 1).

Коли напруження навколо початкової недосконалості P досягають значення σ_T^* виникає область локалізації (верхній лівий кут на рисунку 4, а) [14]. При збільшенні згинального моменту область локалізації розширюється у вигляді полоси локалізації (рис. 4, б, в), головна вісь якої відхилена по відношенню до вертикалі на кут, близький до 35° [4]. Область локалізації продовжує розширюватися від верхньої границі вглиб матеріалу у напрямку нейтральної лінії

(рис. 4, г, д). Проте лінія локалізації не може досягти нейтральної лінії через зниження напружень при віддаленні від верхньої границі полоси. При подальшому збільшенні згинального моменту область локалізації розвивається у зворотному напрямку від нейтральної лінії до поверхні (рис. 4, е). На рисунку 4, е зображено стан області локалізації, коли величини згинального моменту M достатньо, щоб всі елементи на верхній границі полоси досягли напружень σ_T , і стан пластичності став однорідним. Таким чином, стан пластичного шарніра на рисунку 4, е, викликаний початковою недосконалістю, при чистому згині в полосі досягається тоді, коли закінчено процес утворення смуги пластичної локалізації.

Задача про пластичну деформацію у трубі під дією внутрішнього тиску. Розглянуто деформацію труби діаметру D з товщиною стінки d під дією внутрішнього тиску q (рис. 5). Механічна поведінка матеріалу труби задається діаграмою на рис. 1 з низхідною ділянкою, що слідує безпосередньо за ділянкою пружного деформування, а параметри діаграми зазначені в таблиці. Напружено-деформований стан в поперечному перерізі залишається однорідним до тих пір, доки величина напружень не досягне значення верхньої межі плинності $\sigma_T = 100$ МПа [12].

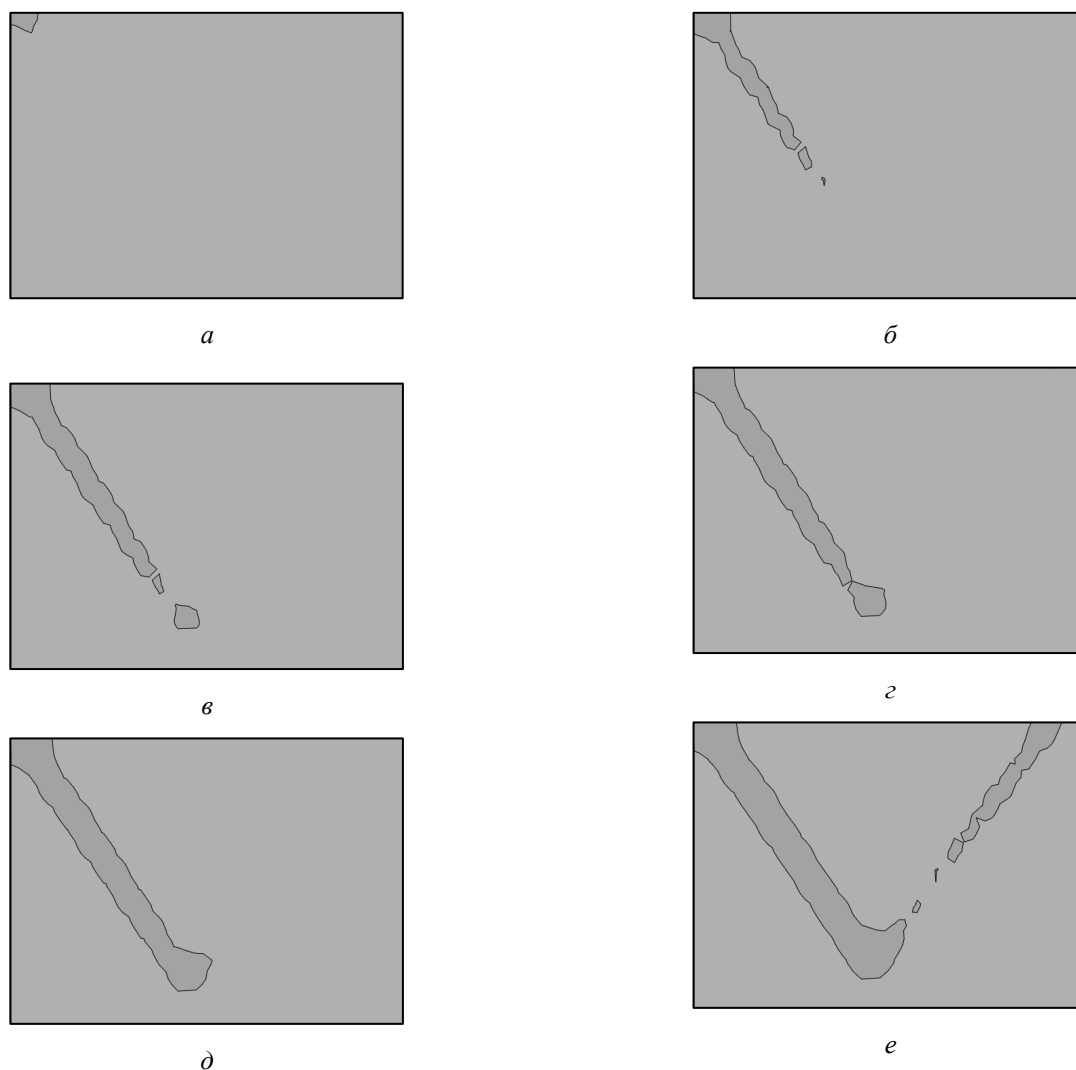


Рис. 4. Результати чисельного моделювання розвитку області локалізації в околі початкової недосконалості при чистому згині полоси: а – момент, коли напруження в елементах верхньої вільної поверхні досягають σ_T^* (80 % від σ_T , межа для елемента початкової недосконалості); б–е – моменти, коли напруження досягають відповідно 84 %, 88 %, 92 %, 96 % та 100 % від σ_T

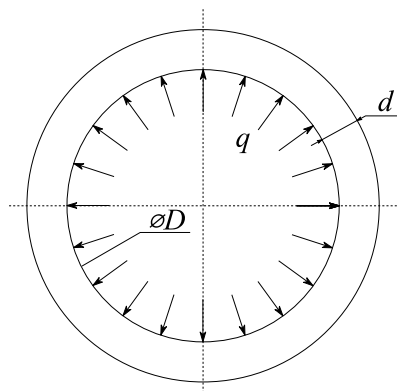


Рис. 5. Постановка задачі про пластичну деформацію труби під дією внутрішнього тиску q

Для дослідження процесу деформації використовується скінчено-елементна модель (рис. 6). З огляду на симетрію в

моделі розглядається тільки радіальний сектор труби. На внутрішній поверхні труби введена початкова недоскоальність P у

вигляді скінченного елемента з межею плинності σ_T^* , що становить 80 % межі плинності іншого матеріалу. Таким чином,

розподіл деформацій після досягнення межі плинності стає неоднорідним, що необхідно для утворення пластичної локалізації [13].

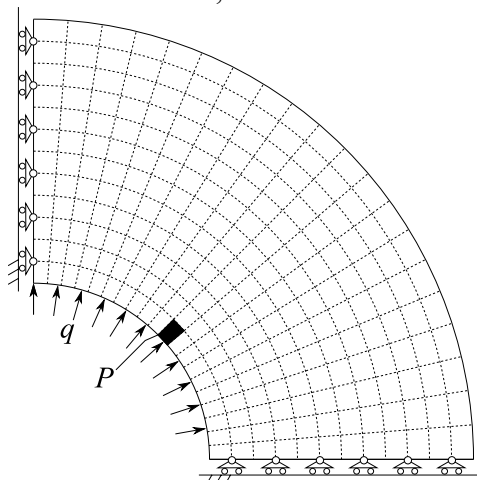


Рис. 6. Скінчено-елементна модель частини труби під дією внутрішнього тиску

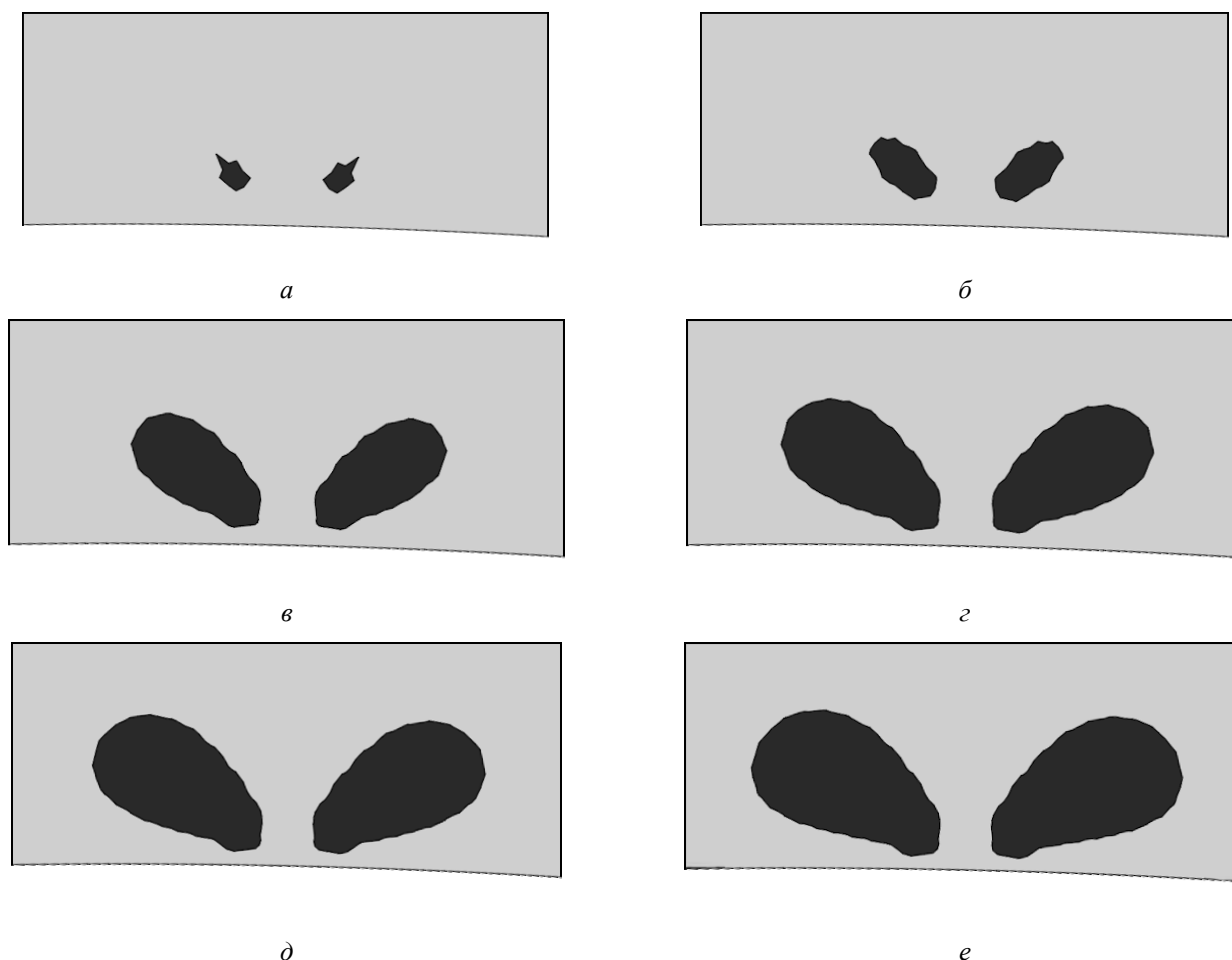


Рис. 7. Результати чисельного моделювання розвитку області пластичної локалізації в трубі в околі початкової недосконалості P при збільшенні внутрішнього тиску q : а – момент, коли радіальні напруження в елементах внутрішньої поверхні досягають σ_T^* (80 % від σ_T , межа для елемента початкової недосконалості); б–е – моменти коли напруження досягають відповідно 84 %, 88 %, 92 %, 96 % та 100 % від σ_T

Результати досліджень процесу локалізації в околі початкової недосконалості P при різних значеннях внутрішнього тиску Q представлені на рисунку 7. На кожному рисунку зображено область розмірами $5,5 \times 2,75$ см в околиці елемента початкової недосконалості P . Нижній край являє собою внутрішню поверхню труби, яка знаходиться під дією тиску. Темним кольором позначається область локалізації, а саме вузли скінчено-елементної моделі, де після досягнення напруженнями значення σ_T починається процес розм'якшення, та напруження знижуються до величини σ_P .

При досягненні напруженнями в околиці початкової недосконалості P значення σ_T^* виникають дві області локалізації, радіально симетричні відносно радіусу труби, що проходить через точку P (рис. 7, а) [14]. На відміну від випадку чистого згину полоси (рис. 4) області локалізації не охоплюють елементи на внутрішній поверхні труби через особливості моделювання задачі, зокрема через те, що на внутрішній поверхні задана гранична умова. При збільшенні внутрішнього тиску області локалізації розширюються (рис. 7, б–е), але на відміну від попереднього випадку, область локалізації розвивається не вздовж прямої

лінії, а вздовж дуги [1]. На рисунку 7, е зображено стан області локалізації, коли величини внутрішнього тиску q достатньо, щоб всі елементи на внутрішній границі труби досягли напружень σ_T , і стан пластичності став однорідним.

Висновок

На основі теорії пластичної поведінки матеріалу з майданчиком плинності було проведено чисельне моделювання пластичної деформації тіл та оцінено момент досягнення межі пластичності. Було розглянуто особливості розвитку лінії ковзання в окремих випадках. Ці результати збігаються з відомими результатами експериментів із дослідження лінії ковзання в розглянутому класі матеріалів.

Таким чином, за допомогою чисельних експериментів можна проводити оцінку меж цілісності та стійкості елементів конструкцій, виготовлених з матеріалів, що мають майданчик плинності. Відмінності матеріалів із майданчиком плинності від звичайних конструкційних матеріалів дають змогу застосовувати їх в нетипових випадках. Тому потрібні більш детальні дослідження в рамках будівельної механіки для більш глибокого розуміння механічних процесів, теоретичного осмислення та моделювання, що засноване на точних математичних моделях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Liu Y., Kyriakides S. Effect of geometric and material discontinuities on the reeling of pipelines. *Applied Ocean Research*. 2017. № 65. Pp. 238–250.
2. Liu Y., Kyriakides S., Hallai J. F. Reeling of pipe with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2015. № 72. Pp. 11–25.
3. Hallai J. F., Kyriakides S. Underlying material response for Lüders-like instabilities. *International Journal of Plasticity*. 2013. Vol. 47. Pp. 1–12.
4. Corona E., Shaw J. A., Iadicola M. A. Buckling of steel bars with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2002. № 13–14 (39). Pp. 3313–3336.
5. Yoshida F., Uemori T., Fujiwara K. Elastic-plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain. *International Journal of Plasticity*. 2002. № 5 (18). Pp. 633–659.
6. Bažant Z. P., Belytschko T. B. Wave Propagation in a Strain-Softening Bar: Exact Solution. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985. № 3 (111). Pp. 381–389.
7. Kyriakides S. Buckle propagation in pipe-in-pipe systems : Part I. Experiments. *International Journal of Solids and Structures*. 2002. № 2 (39). Pp. 351–366.
8. Corona E., Shaw J. A., Iadicola M. A. Buckling of steel bars with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2002. № 13–14 (39). Pp. 3313–3336.
9. Broberg K. B. Cracks and fracture. Elsevier, 1999.

10. Лабібов Р. Р. Розвиток полоси локалізації на майданчику плинності. Математичні проблеми технічної механіки та прикладної математики-2019 : Міжнар. наук. конф. 1(5–18 квітня 2019 р., м. Кам'янське). 2019. С. 55.
11. Лабібов Р. Р., Черняков Ю. А. Лінії локалізації при чистому згині пластини в її площині. Сучасні проблеми механіки та математики : Міжнар. наук. конф. (22–25 травня 2018 р., м. Львів). 2018. Т. 1. С. 106–108.
12. Kyriakides S. & Miller J. E. On the Propagation of Lüders Bands in Steel Strips. *Journal of Applied Mechanics*. 2000. № 4 (67). Pp. 645–654.
13. Bažant Z. P. & Belytschko T. B. Wave Propagation in a Strain-Softening Bar: Exact Solution. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985. № 3 (111). Pp. 381–389.
14. Shaw J. A. & Kyriakides S. Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension. *International Journal of Plasticity*. 1997. № 10 (13). Pp. 837–871.

REFERENCES

1. Liu Y. and Kyriakides S. Effect of geometric and material discontinuities on the reeling of pipelines. *Applied Ocean Research*. 2017, no. 65, pp. 238–250.
2. Liu Y., Kyriakides S. and Hallai J.F. Reeling of pipe with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2015, no. 72, pp. 11–25.
3. Hallai J.F. and Kyriakides S. Underlying material response for Lüders-like instabilities. *International Journal of Plasticity*. 2013, vol. 47, pp. 1–12.
4. Corona E., Shaw J.A. and Iadicola M.A. Buckling of steel bars with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, no. 13–14 (39), pp. 3313–3336.
5. Yoshida F., Uemori T. and Fujiwara K. Elastic-plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain. *International Journal of Plasticity*. 2002, no. 5 (18), pp. 633–659.
6. Bažant Z.P. and Belytschko T.B. Wave Propagation in a Strain-Softening Bar : Exact Solution. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985, no. 3 (111), pp. 381–389.
7. Kyriakides S. Buckle propagation in pipe-in-pipe systems : Part I. Experiments. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, no. 2 (39), pp. 351–366.
8. Corona E., Shaw J.A. and Iadicola M.A. Buckling of steel bars with Lüders bands. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, no. 13–14 (39), pp. 3313–3336.
9. Broberg K.B. *Cracks and fracture*. Elsevier, 1999.
10. Labibov R.R. *Rozvytok polosy lokalizatsii na maidanchiku plinnosti* [Development of plastic localization bands during yielding]. *Rozvytok polosy lokalizatsiyi na maydanchyku plynnosti. Matematychni problemy tekhnichnoyi mekhaniky ta prykladnoyi matematyky-2019 : Mizhnar. nauk. konf.* [Mathematical Problems of Technical Mechanics and Applied Mathematics-2019 : International Science Conference]. April 15–18, 2019, Kamianske, 2019, pp. 55. (in Ukrainian).
11. Labibov R.R. and Chernyakov Yu.A. *Linii lokalizatsii pri chistomu zgini plastyny v ii ploschini* [Plastic localization bands during pure bending of a plate in its plane]. *Suchasni problemy mekhaniky ta matematyky : Mizhnar. nauk. konf.* [Modern Problems of Mechanics and Mathematics : International Science Conference]. May 22–25, 2018, Lviv, 2018, vol. 1, pp. 106–108. (in Ukrainian).
12. Kyriakides S. and Miller J.E. On the Propagation of Lüders Bands in Steel Strips. *Journal of Applied Mechanics*. 2000, no. 4 (67), pp. 645–654.
13. Bažant Z.P. and Belytschko T.B. Wave Propagation in a Strain-Softening Bar: Exact Solution. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985, no. 3 (111), pp. 381–389.
14. Shaw J.A. and Kyriakides S. Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension. *International Journal of Plasticity*. 1997, no. 10 (13), pp. 837–871.

Надійшла до редакції: 21.03.2025.