

УДК 620.181.4:691.714

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.270425.7.1155

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ КОЕФІЦІЄНТА ОПОРУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРІЩИНИ ВІД ПАРАМЕТРІВ СТРУКТУРНОГО СТАНУ НИЗЬКОВУГЛЕЦЕВОЇ НИЗЬКОЛЕГОВАНОЇ СТАЛІ

БЕКЕТОВ О. В.^{1*}, *докт. техн. наук, доц.*,
ЛАУХІН Д. В.², *докт. техн. наук, проф.*,
ОСИПЧУК М. М.³, *канд. фіз.-мат. наук, доц.*,
НАЗАРЕНКО О. Д.⁴, *маг.*,
ЛАКША В. М.⁵, *асп.*

^{1*} Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 585-54-29, e-mail: Laukhin.D.V@nmu.one, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 831-65-76, e-mail: osypchuk.mykola@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0002-1524-5479

⁴ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, ORCID ID: 0009-0009-8433-588X

⁵ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, e-mail: vn7847@gmail.com, ORCID ID: 0009-0004-6401-5495

Анотація. Отримання матеріалу з оптимальним поєднанням міцностних властивостей та в'язкості руйнування неможливо без пошуку компромісу як на етапі виробництва, так і на етапі експлуатації. При цьому слід враховувати як технічні можливості виробничих потужностей, так і економічну доцільність використання металопродукту з підвищеним рівнем експлуатаційних властивостей. З цієї точки зору, в першу чергу виникають проблеми у поєднанні ряду бажаних властивостей в одному матеріалі. Так, відомо, що технологічні схеми виробництва, котрі приводять до зростання міцності металопродукту, знижують його в'язкість руйнування. З іншого боку, для високоміцних сталей з високою в'язкістю характерні складні мікроструктури. Саме тому, з'ясування принципів залежностей між структурним станом низьковуглецевих низьколегованих сталей та кінетиною розповсюдження руйнування є актуальною задачею сучасного матеріалознавства. **Мета статті** – побудова математичної моделі взаємозв'язку між коефіцієнтом опору розповсюдження тріщини та параметрами структурного стану низьковуглецевих низьколегованих сталей. **Висновок.** Отримано математичні моделі взаємозв'язку між коефіцієнтом опору розповсюдження тріщини (K_{IC}) та параметрами структурного стану низьковуглецевих низьколегованих сталей. Досліджено морфологічні особливості структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі після різних режимів термічної обробки. Проведений комплекс досліджень показав, що при температурі обробки 650 °C в структурі сталі присутні феритна та перлітна складові. Зниження температури витримки до 600 °C призводить до появи в структурі сталі одночасно с феритною та перлітною також бейнітною складовою. При температурах витримки 550 та 500 °C в структурі сталі присутні лише морфологічні типи бейніту. Зниження температури витримки до 450 та 400 °C призводить до формування в структурі сталі бейнітних та мартенситних складових у різних відсоткових співвідношеннях. Досліджено вплив режимів термічної обробки на комплекс механічних властивостей та на значення коефіцієнту опору розповсюдження тріщини низьковуглецевої низьколегованої сталі. З використанням математичного апарату одномірного регресійного аналізу отримано моделі залежності параметру K_{IC} : від відсоткового вмісту феритної та перлітної складових у вигляді полінома другого ступеня; від відсоткового вмісту бейнітної та мартенситної складових в експоненціальній формі. З застосуванням математичного апарату множинного регресійного аналізу отримано 3-D модельну залежність параметру K_{IC} від параметрів структурного стану, які формуються шляхом реалізації дифузійного (відсотковий вміст феритної та перлітної структурних складових) та зсувного (відсотковий вміст бейнітної та мартенситної структурних складових) механізмів перетворення переохолодженого аустеніту низьковуглецевих низьколегованих сталей.

Ключові слова: *структурний стан; коефіцієнт опору розповсюдження тріщини; математичне моделювання; одномірний регресійний аналіз; множинний регресійний аналіз*

CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE DEPENDENCE OF THE COEFFICIENT OF RESISTANCE TO CRACK PROPAGATION ON THE PARAMETERS OF THE STRUCTURAL STATE OF LOW-CARBON LOW-ALLOY STEEL

BEKETOV O.V.^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
LAUKHIN D.V.², *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
OSYPCHUK M.M.³, *Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Prof.*,
NAZARENKO O.D.⁴, *Master's degree*,
LAKSHA V.M.⁵, *PhD Stud.*

^{1*} Department of Fundamental and Natural Sciences, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Engineering and Generative Design Department, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave, Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Department of Fundamental and Natural Sciences, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (097) 831-65-76, e-mail: osypchuk.mykola@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0002-1524-5479

⁴ Department of Materials Science and Processing, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 650-90-22, ORCID ID: 0009-0009-8433-588X

⁵ Department of Materials Science and Processing, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 650-90-22, e-mail: vn7847@gmail.com, ORCID ID: 0009-0004-6401-5495

Abstract. Obtaining a material with an optimal combination of strength properties and fracture toughness is impossible without finding a compromise both at the production stage and at the operation stage. In this case, one should take into account both the technical capabilities of production facilities and the economic feasibility of using rolled metal with an increased level of operational properties. From this point of view, problems first of all arise in combining a number of desired properties in one material. Thus, it is known that technological schemes of production, which lead to an increase in the strength of rolled metal, reduce its fracture toughness. On the other hand, high-strength steels with high toughness are characterized by complex microstructures. That is why, elucidating the fundamental dependencies between the structural state of low-carbon low-alloy steels and the kinetics of fracture propagation is an urgent task of modern materials science. **Purpose of the article.** Construction of a mathematical model of the relationship between the crack propagation resistance coefficient and the parameters of the structural state of low-carbon, low-alloy steels. **Conclusion.** Mathematical models of the relationship between the crack propagation resistance coefficient (K_{IC}) and the parameters of the structural state of low-carbon low-alloy steels were obtained. The morphological features of the structural state of low-carbon low-alloy steel after various heat treatment regimes were investigated. The conducted set of studies showed that at a treatment temperature of 650 °C, the steel structure contains ferritic and pearlitic components. Reducing the holding temperature to 600 °C leads to the appearance of a bainite component in the steel structure simultaneously with the ferritic and pearlitic components. At holding temperatures of 550 and 500 °C, only morphological types of bainite are present in the steel structure. Reducing the holding temperature to 450 and 400 °C leads to the formation of bainite and martensitic components in different percentage ratios in the steel structure. The influence of heat treatment regimes on the complex of mechanical properties and on the value of the coefficient of resistance to crack propagation of low-carbon low-alloy steel was investigated. Using the mathematical apparatus of one-dimensional regression analysis, models of the dependence of the K_{IC} parameter were obtained: on the percentage of ferritic and pearlitic components in the form of a second-degree polynomial; on the percentage of bainite and martensitic components in an exponential form. Using the mathematical apparatus of multiple regression analysis, a 3-D model dependence of the K_{IC} parameter on the parameters of the structural state, which are formed by implementing the diffusion (percentage of ferritic and pearlitic structural components) and shear (percentage of bainite and martensitic structural components) mechanisms of transformation of supercooled austenite of low-carbon low-alloy steels was obtained.

Keywords: *structural state; crack propagation resistance coefficient; mathematical modeling; univariate regression analysis; multiple regression analysis*

Постановка проблеми. Отримання матеріалу з оптимальним поєднанням міцностних властивостей та в'язкості руйнування неможливо без пошуку компромісу як на етапі виробництва, так і на етапі експлуатації. При цьому, слід враховувати як технічні можливості виробничих потужностей, так і економічну доцільність використання металопродукату з підвищеним рівнем експлуатаційних властивостей. З цієї точки зору, в першу чергу виникають проблеми у поєднанні ряду бажаних властивостей в одному матеріалі. Так, відомо (див., наприклад, роботу [1]), що технологічні схеми виробництва, котрі приводять до зростання міцності металопродукату, знижують його в'язкість руйнування. З іншого боку, для високоміцних сталей з високою в'язкістю характерні складні мікроструктури [2]. Саме тому, з'ясування принципових залежностей між структурним станом низьковуглецевих низьколегованих сталей та кінетикою розповсюдження руйнування є актуальною задачею сучасного матеріалознавства.

Аналіз публікацій. При експериментальному аналізі процесу руйнування зазвичай одночасно використовують механіку руйнування та методи інженерних розрахунків [3]. Такий підхід дозволяє вибрати матеріал і визначити рівень допустимих напружень з урахуванням впливу дефектів відносно великих (порівняно зі структурними складовими) розмірів [4]. Разом з цим даний підхід має ряд недоліків, основним з яких є необхідність проводити велику кількість експериментальних досліджень для визначення загальних характеристик руйнування [5]. Враховуючі, що такі характеристики залежать від технологічних схем виробництва матеріалів, задача постає досі складною та затратною як з технічної, так і з економічної точок зору. З іншого боку, при інженерних розрахунках працездатності будівельних металевих конструкцій під впливом зовнішнього навантаження часто використовують коефіцієнт опору розповсюдженню тріщини (K_{Ic}) [6]. З інженерної точки зору, параметр

K_{Ic} характеризується напруженим станом при вершині тріщини в лінійно-пружному тілі [3]. Однак, при цьому не враховується структурний стан, який надбав матеріал.

Мета статті – побудова математичної моделі взаємозв'язку між коефіцієнтом опору розповсюдження тріщини та параметрами структурного стану низьковуглецевих низьколегованих сталей.

Результати досліджень. Побудову математичної моделі здійснювали згідно методик, запропонованих в роботах [7; 8]. Для проведення розрахунків застосовувався пакет прикладних програм для статистичної обробки масивів експериментальних даних StatSoftStatistica [9].

У якості матеріалу для дослідження було обрано низьковуглецеву низьколеговану сталь 10Г2ФБ. Експериментальну термічну обробку зразків виконували по схемі, запропонованій в роботі [10]. При цьому, було розширено температурний інтервал ізотермічної витримки в ферито-перлітний та мартенситний діапазони (рис. 1).

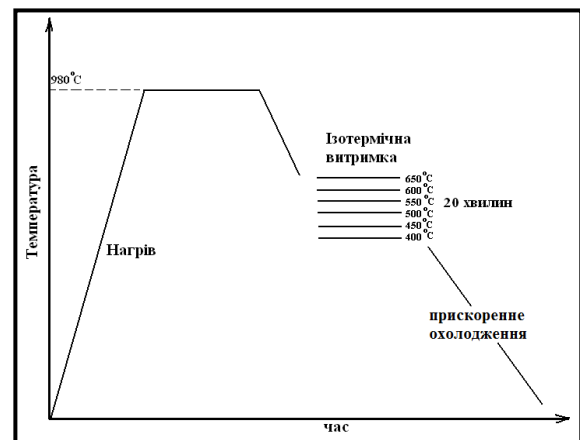


Рис. 1. Експериментальна термічна обробка зразків (за даними роботи [10])

Відповідні результати мікроструктурних досліджень представлено на рисунку 2. Кількісний аналіз відсоткового вмісту структурних складових узагальнено та наведено в таблиці 1.

Результати проведеного комплексу випробувань механічних властивостей зразків сталі 10Г2ФБ після проведених термічних обробок узагальнено та представлено в таблиці 2.

Таблиця 1

Відсотковий вміст структурних складових*

Температура	Відсотковий вміст структурних складових			
	Ферит	перліт	Бейніт	Мартенсит
650 °C	80	20	0	0
600 °C	48	38	14	0
550 °C	0	0	100	0
500 °C	0	0	100	0
450 °C	0	0	90	10
400 °C	0	0	15	85

*частково використано результати, отримані в роботі [10]

Таблиця 2

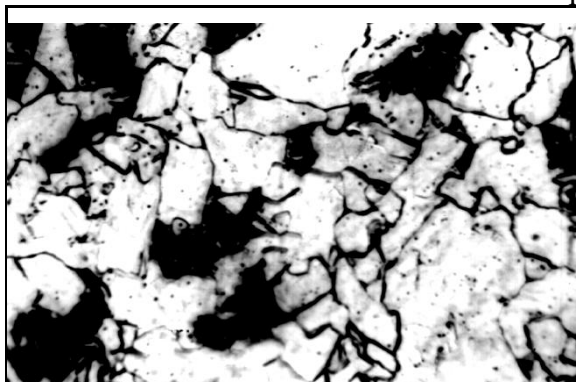
Залежність комплексу механічних властивостей сталі 10Г2ФБ від температури обробки *

Температура	Границя плинності (σ_y), МПа	Границя міцності (σ_T), МПа	Відносне подовження (δ), %	Відносне звуження (ψ), %	Ударна в'язкість (KCV ⁻⁴⁰), Дж/см ²
650 °C	500	640	25	61	60
600 °C	515	650	25	62	62
550 °C	570	677	20	68	64
500 °C	650	713	19	65	75
450 °C	660	715	17	73	60
400 °C	657	710	17	60	42

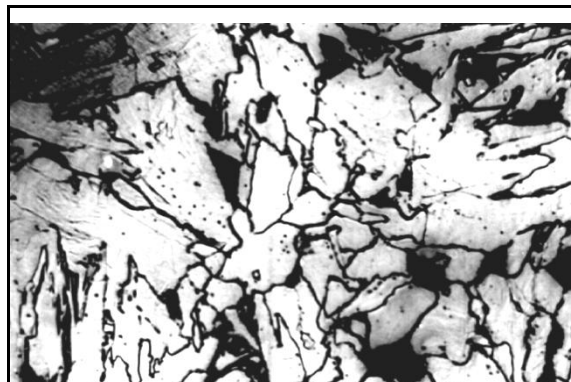
*частково використано результати, отримані в роботі [10]

Як характеристика, яка показує спроможність низьковуглецевої низьколегованої сталі чинити опір

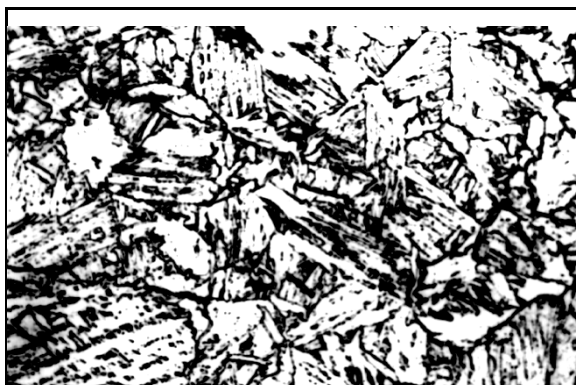
руйнуванню, обрано коефіцієнт опору розповсюдження тріщини K_{IC} [3; 6].



а ($\times 1\ 000$)



б ($\times 1\ 000$)



в ($\times 1\ 000$)



г ($\times 1\ 000$)



д (×1 000)



е (×1 000)

Рис. 2. Мікроструктура сталі 10Г2Ф після витримки 20 хвилин при температурі (частково використано результати, отримані в роботі [10]): а – 650 °С; б – 600 °С; в – 550 °С; г – 500 °С; д – 450 °С; е – 400 °С

Відповідно, для розрахунку параметру K_{IC} використовували рівняння (1):

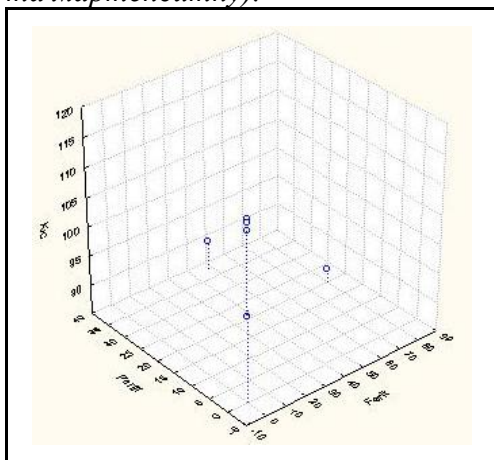
$$K_{IC} = (\sigma_Y \sqrt{\alpha} / BW) [11,6 - 18,4 (\alpha_o / W) + 87,2 (\alpha_o / W)^2 - 151 (\alpha_o / W)^3 + 157 (\alpha_o / W)^4] \quad (1)$$

де σ_Y – границя плинності; α_o – початкова довжина тріщини; α – довжина тріщини; B – товщина зразка; W – ширина зразка.

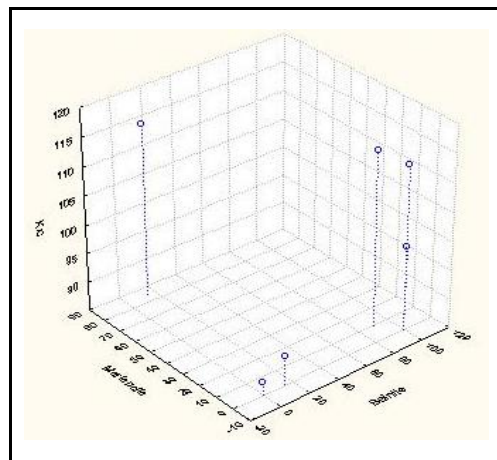
При цьому, приймалися наступні початкові значення: $\alpha_o = 2,2$ мм; $\alpha = \alpha_o + 0,25\alpha_o = 2,75$ мм; $W = 10$ мм; $B = 10$ мм; σ_Y – границя плинності (дані табл. 2).

Результати розрахунків узагальнено та представлено у вигляді таблиці 3.

Математичну модель шукали у вигляді: функція відгуку: $K_{IC} = f$ (незалежні змінні: відсотковий вміст фериту, перліту, бейніту та мартенситу).



а



б

Рис. 3. Результати попарного кореляційного аналізу: а – K_{IC} як функція відсоткового вмісту феритної та перлітної структурних складових; б – K_{IC} як функція відсоткового вмісту бейнітної та мартенситної структурних складових

Таблиця 3

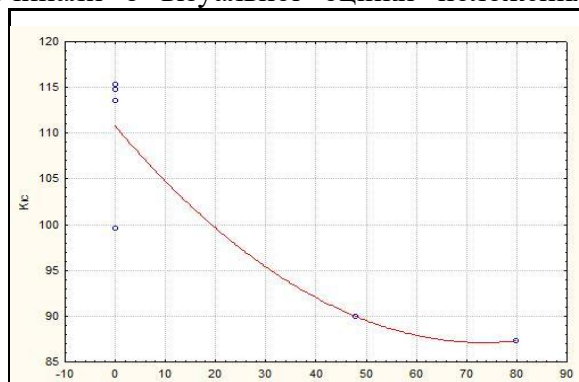
Результати розрахунку параметру K_{IC}

Температура, °С	K_{IC} , Дж/см ²	Температура, °С	K_{IC} , Дж/см ²
650	87,31	500	113,51
600	89,93	450	115,25
550	99,53	400	114,73

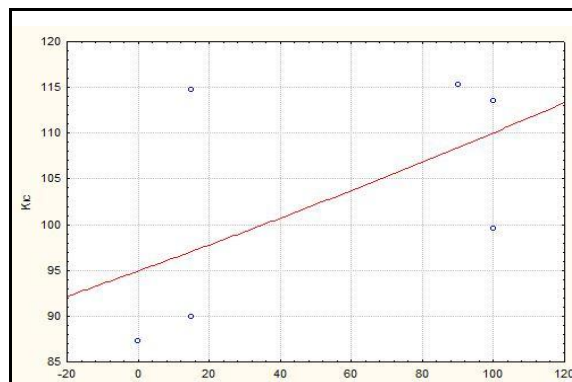
Для встановлення типу та тісноти зв'язку між змінними між коефіцієнтом опору розповсюдження руйнування та параметрами структурного стану було виконано попарний кореляційний аналіз (множинна кореляція), результати якого представлено на рисунку 3. Отримані дані свідчать про наявність стохастичного зв'язку між функцією відгуку та незалежними змінними.

Для побудови математичної моделі використовували математичний апарат одномірного та множинного регресійного аналізів. Одномірний регресійний аналіз починали з візуальної оцінки положення

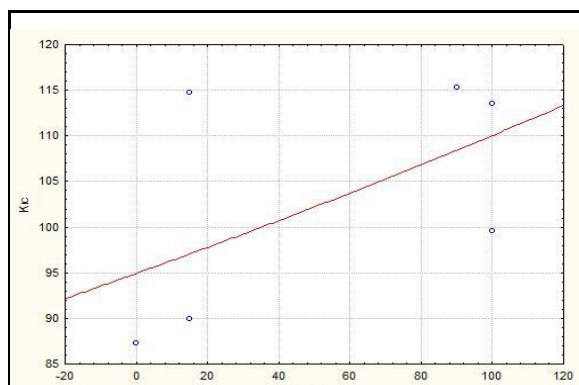
даних, результати якої наведено на рисунку 4. Отримані на підставі цих даних регресійні рівняння узагальнено та представлено у таблиці 4.



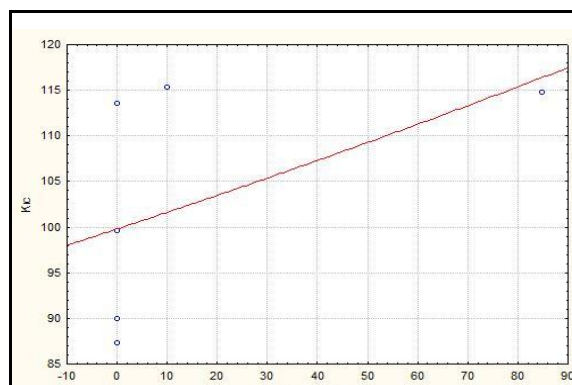
а



б



в



г

Рис. 4. Графічна інтерпретація залежностей, які моделюються: а – K_{IC} як функція відсоткового вмісту феритної складової; б – K_{IC} як функція відсоткового вмісту перлітної складової; в – K_{IC} як функція відсоткового вмісту бейнітної складової; г – K_{IC} як функція відсоткового вмісту мартенситної складової

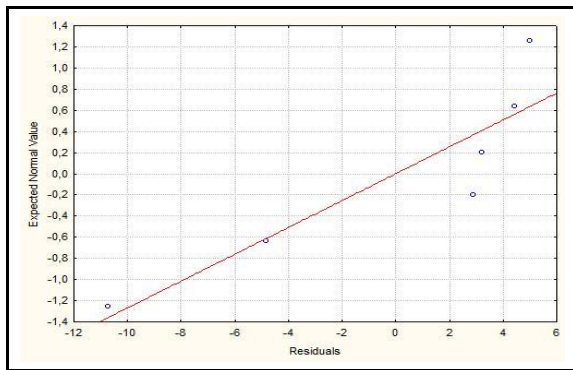
Таблиця 4

Отримані математичні моделі залежності K_{IC}

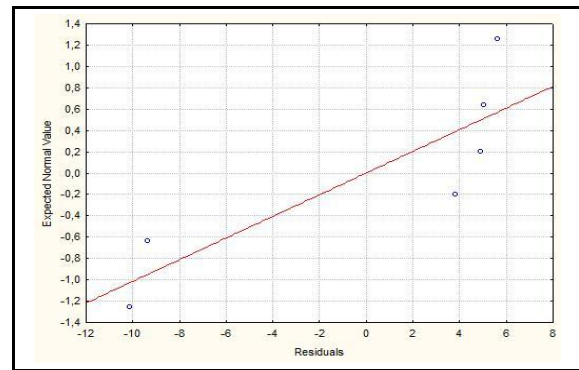
Незалежна змінна	Зовнішній вид рівняння	Коефіцієнти рівняння		
		b_0	b_1	b_2
відсотковий вміст фериту	$K_{IC} = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2$	110,76	-0,6452	0,0044
відсотковий вміст перліту	$K_{IC} = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2$	110,76	-1,8662	0,0347
відсотковий вміст бейніту	$K_{IC} = b_0 \cdot \exp(b_1 \cdot x)$	94,9169	0,0015	–
відсотковий вміст мартенситу	$K_{IC} = b_0 \cdot \exp(b_1 \cdot x)$	99,7913	0,0018	–

Для аналізу адекватності отриманої моделі використовувався квазіньютонівський метод залишків, тобто графік розподілу залишків на нормальному

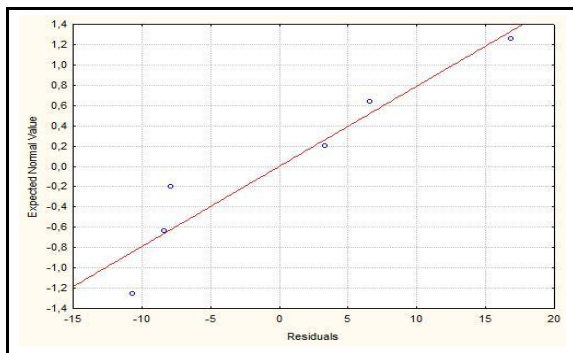
імовірнісному папері. Оцінку адекватності отриманих моделей представлено на рисунку 5.



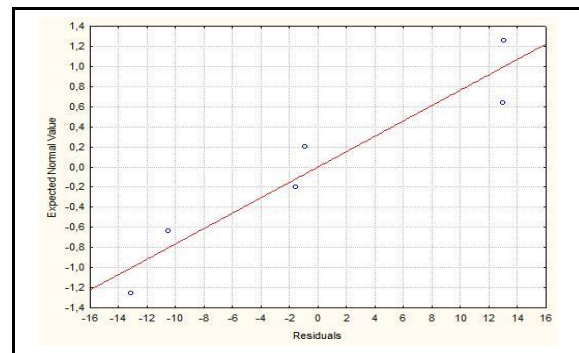
a



б



в

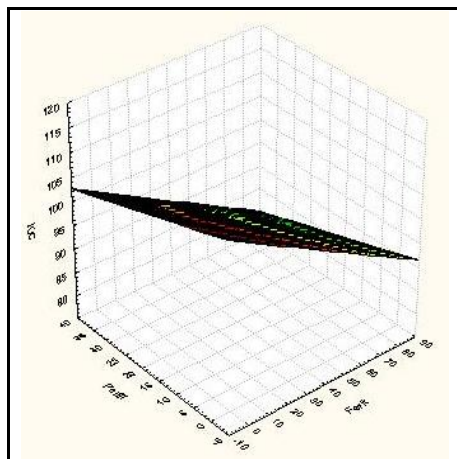


г

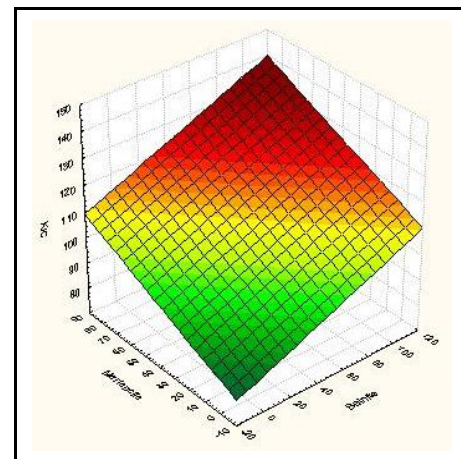
Рис. 5. Перевірка адекватності отриманих моделей: *a* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту феритної складової; *б* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту перлітної складової; *в* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту бейнітної складової; *г* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту мартенситної складової

Аналіз отриманих даних показує, що залишки лягають на пряму, яка відповідає нормальному закону розподілу. Це є

підтвердженням того факту, що побудовані моделі адекватно описують зв'язок між функцією відгуку і незалежними змінними.



a



б

Рис. 6. Результати 3-D моделювання: *a* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту феритної та перлітної структурних складових; *б* – K_{IC} як функція відсоткового вмісту бейнітної та мартенситної структурних складових

Для отримання 3-D візуалізації залежності коефіцієнту опору розповсюдження тріщини від відсоткового вмісту структурних складових було застосовано математичний апарат

множинного регресійного аналізу. При цьому, була отримана модельна залежність K_{IC} від незалежних змінних:

- відсоткового вмісту феритної та перлітної складової;

- відсоткового вмісту бейнітної та мартенситної складової.

Запропонований підхід дозволяє графічно представити досліджувані залежності (див. рис. 6).

Висновки

1. Отримано математичні моделі взаємозв'язку між коефіцієнтом опору розповсюдження тріщини (K_{IC}) та параметрами структурного стану (відсотковий вміст фериту, перліту, бейніту та мартенситну) низьковуглецевих низьколегованих сталей.

2. Досліджено морфологічні особливості структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі після різних режимів термічної обробки. Проведений комплекс досліджень показав, що при температурі обробки 650 °C в структурі сталі присутні феритна та перлітна складові. Зниження температури витримки до 600 °C призводить до появи в структурі сталі одночасно с феритною та перлітною також бейнітної складової. При температурах витримки 550 °C та 500 °C в структурі сталі присутні лише морфологічні типи бейніту. Зниження температури витримки до 450 °C та 400 °C призводить до формування в структурі сталі бейнітних та мартенситних складових у різних відсоткових співвідношеннях.

3. Досліджено вплив режимів термічної обробки на комплекс механічних властивостей низьковуглецевої низьколегованої сталі.

4. Визначено значення коефіцієнту опору розповсюдження тріщини в залежності від температури термічної обробки низьковуглецевої низьколегованої сталі. Показано, що зі зменшенням температури термічної обробки значення параметру K_{IC} збільшуються.

5. З використанням математичного апарату одномірного регресійного аналізу отримано моделі залежності параметру K_{IC} від відсоткового вмісту феритної та перлітної складових у вигляді полінома другого ступеня; від відсоткового вмісту бейнітної та мартенситної складових в експоненціальній формі.

6. З застосуванням математичного апарату множинного регресійного аналізу отримано 3-D модельну залежність параметру K_{IC} від параметрів структурного стану, які формуються шляхом реалізації дифузійного (відсотковий вміст феритної та перлітної структурних складових) та зсувного (відсотковий вміст бейнітної та мартенситної структурних складових) механізмів перетворення переохолодженого аустеніту низьковуглецевих низьколегованих сталей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Beketov O., Laukhin D., Rott N., Schudro A. The Elaboration of Modernized Technology of Controlled Rolling Directed at the Formation of High Strengthening and Viscous Qualities in HSLA Steel. *Solid State Phenomena*. 2019. Vol. 291. Pp. 13–19. URL: <https://www.scientific.net/SSP.291.13>
2. DeArdo A. J. Modern Thermomechanical Processing of Microalloyed Steel. *Proceedings of the International Conference «Microalloying '95»*. Pittsburgh, 1995. Pp. 15–35. URL: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1290575>
3. Бекетов О. В., Большаков В. І., Лаухін Д. В., Іванцов С. В., Лаухін В. Д. Дослідження взаємозв'язку між характеристиками руйнування та структурними складовими низьковуглецевих мікролегованих сталей. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2016. № 1 (72). С. 53–58. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/53-58>
4. Остап О. П. Механіка руйнування і міцність матеріалів: в 15 т. Львів : СПОЛОМ, 2015. Т. 15. Структура матеріалів і втомна довговічність елементів конструкцій. 312 с. URL: <https://nvd-nanu.org.ua/a3a4e91e-835e-066a-89be-cbc8efc5464a/>
5. Холявко В. В. Фізичні основи міцності та руйнування: Конспект лекцій. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 100 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/04953190-41e3-4cd6-aa9e-92aa9ffe74ed/content>
6. Цурпал І. А. Механіка матеріалів і конструкцій. Київ : Вища освіта, 2005. 367 с. URL: <https://newlibrary.snau.edu.ua/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=88556>
7. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування. Київ : КНЕУ, 2001. 170 с. URL: <https://www.gmdh.net/articles/theory/zmErina.htm>

8. Miele A., Damoulakis J. N., Cloutier J. R., Tietze J. L. Sequential gradient-restoration algorithm for optimal control problems with nondifferential constraints. *JOTA*. 1974. № 2. Pp. 13. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Sequential-gradient-restoration-algorithm-for-Miele-Pritchard/97a2300ba1f9bea68c07e8ff1ac75d4ca46800a4>
9. Програмний комплекс StatSoftStatistika. URL: <https://statsoft.com>
10. Бекетов О. В., Лаухін Д. В., Осипчук М. М., Зваричук З. В., Нестеркін О. О. Дослідження тонкої структури продуктів проміжного та зсувного механізмів перетворення аустеніту низьковуглецевих низьколегованих сталей. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2025. № 1 (025). С. 7–16 URL: <http://uajcea.pgasa.dp.ua/issue/view/18970/11943>
11. Laukhin D. V., Beketov O. V., Rott N. O., Tyuterev I. A., Ivantsov S. V., Laukhin V. D. The Analysis of Interrelation between Kinetics of Propagation of Plastic Deformation and Initiation of Ductile Fracture. *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* 2017. Vol. 39, № 10. Pp. 1335–1343. URL: <https://mfint.imp.kiev.ua/en/abstract/v39/i10/1335.html>

REFERENCES

1. Beketov O., Laukhin D., Rott N. and Schudro A. The Elaboration of Modernized Technology of Controlled Rolling Directed at the Formation of High Strengthening and Viscous Qualities in HSLA Steel. *Solid State Phenomena*. 2019, vol. 291, pp. 13–19. URL: <https://www.scientific.net/SSP.291.13>
2. DeArdo A.J. Modern Thermomechanical Processing of Microalloyed Steel. *Proceedings of the International Conference 'Microalloying '95'*. Pittsburgh, 1995, pp. 15–35. URL: <https://www.scrip.org/reference/referencespapers?referenceid=1290575>
3. Beketov O.V., Bolshakov V.I., Laukhin D.V., Ivantsov S.V. and Laukhin V.D. *Doslidzhennia vzaïmozv'язku mizh kharakterystykamy ruïnuvannia ta strukturnymy skladovymy nyzkovuhletsevykh mikrolehovanykh stalei* [Research on the relationship between fracture characteristics and structural components of low-carbon microalloyed steels]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 1 (72), pp. 53–58. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/53-58> (in Ukrainian).
4. Ostash O.P. *Mekhanika ruïnuvannia i mitsnist materialiv : v 15 t* [Fracture mechanics and strength of materials : in 15 vol.]. 2015, vol. 15, Lviv : SPOLOM publ., 312 p. URL: <https://nvd-nanu.org.ua/a3a4e91e-835e-066a-89be-cbc8efc5464a/> (in Ukrainian).
5. Kholiavko V.V. *Fizychni osnovy mitsnosti ta ruïnuvannia. Konspekt leksii* [Physical foundations of strength and fracture. Lecture notes]. 2015, Kyiv : NTUU “KPI”, 100 p. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/04953190-41e3-4cd6-aa9e-92aa9ffe74ed/content> (in Ukrainian).
6. Tsurpal I.A. *Mekhanika materialiv i konstruktsii* [Mechanics of materials and structures]. Kyiv : Vyshcha Osvita Publ., 2005. 367 p. URL: <https://newlibrary.snau.edu.ua/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=88556> (in Ukrainian).
7. Yerina A.M. *Statystychni modeliuvannia ta prohnozuvannia* [Statistical modeling and forecasting]. Kyiv : KNEU Publ., 2001, 170 p. URL: <https://www.gmdh.net/articles/theory/zmErina.htm> (in Ukrainian).
8. Miele A., Damoulakis J.N., Cloutier J.R. and Tietze J.L. Sequential gradient-restoration algorithm for optimal control problems with nondifferential constraints. *JOTA*. 1974, no. 2, pp. 13. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Sequential-gradient-restoration-algorithm-for-Miele-Pritchard/97a2300ba1f9bea68c07e8ff1ac75d4ca46800a4>
9. *Prohramnyi kompleks StatSoftStatistika* [StatSoftStatistika software package]. URL: <https://statsoft.com> (in Ukrainian).
10. Beketov O.V., Laukhin D.V., Osypchuk M.M., Zvarychuk Z.V. and Nesterkin O.O. *Doslidzhennia tonkoi struktury produktiv promizhnogo ta zsuвного mekhanizmiv peretvorennia austenitu nyzkovuhletsevykh nyzkolehovanykh stalei* [Investigation of the fine structure of products of intermediate and shear mechanisms of austenite transformation of low-carbon low-alloy steels]. *Ukrayins'kyi zhurnal budivnytstva ta arkhitektury* [Ukrainian Journal of Civil Engineering and Architecture]. 2025, no. 1 (025), pp. 7–16. URL: <http://uajcea.pgasa.dp.ua/issue/view/18970/11943> (in Ukrainian).
11. Laukhin D.V., Beketov O.V., Rott N.O., Tyuterev I.A., Ivantsov S.V. and Laukhin V.D. The Analysis of Interrelation between Kinetics of Propagation of Plastic Deformation and Initiation of Ductile Fracture. *Metallofiz. Noveishie Tekhnologii*. 2017, vol. 39, no. 10, pp. 1335–1343. URL: <https://mfint.imp.kiev.ua/en/abstract/v39/i10/1335.html>

Надійшла до редакції: 01.04.2025.