

УДК 624.04:519.85

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.250226.63.1210

НОВІТНІ ПІДХОДИ ТА МЕТОДИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЄКТУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙ (огляд)

КОЖЕМЯКІНА І. Ф.^{1*}, канд. техн. наук, доц.,
САХАРЧУК С. В.², асп.,
ЗАВАРИКІН С. Л.³, асп.

^{1*} Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (099) 156-29-89, e-mail: kozhem.irina@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-6987-8936

² Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (093) 368-73-03, e-mail: sakharchuk.serhii@365.pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0002-5037-2905

³ Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (063) 448-16-21, e-mail: zavarykin@gmail.com, ORCID ID: 0009-0000-0942-8247

Анотація. Актуальність роботи. Вирішення проблем сучасної інженерії, що пов'язані з безпекою та надійністю різноманітних споруд і систем, визначає актуальність теми. Для розв'язання цих проблем потрібні інноваційні підходи для проєктування і розрахунку конструкцій. Оптимальне проєктування конструкцій є пошуком «золотої середини» в сучасному інженерному аналізі, що спрямоване на підвищення ефективності, безпеки та стійкості систем у різних галузях, включаючи цивільне будівництво, аерокосмічну та автомобільну промисловість. Новітні підходи трансформували методи оптимізації, перетворивши їх з суто теоретичних розрахунків на практичний інструмент завдяки значним досягненням в обчислювальних технологіях. **Мета дослідження** – розглянути ключові методології, такі як оптимізація розмірів, форм та топології, та сучасні обчислювальні підходи, включаючи методи, диференціальні рівняння, стохастичну оптимізацію та інтеграцію машинного навчання. Оцінити ефективність методів через можливість їх застосування. **Методика.** Аналіз сучасних напрямків оптимального проєктування. Особливу увагу приділити застосуванню цих методів у динамічному проєктуванні та в умовах невизначеності, підкреслюючи їхню здатність вирішувати складні, багатовимірні проблеми. **Результати.** Виконано аналітичне дослідження сучасних методів оптимального проєктування. Огляд висвітлює напрямки розвитку оптимального проєктування: стохастична, адаптивна, багатокільова оптимізація, оптимізація при дії динамічних та сейсмічних навантажень; адитивне виробництво, що розширює межі можливого у проєктуванні конструкцій. Висвітлено поточні виклики, такі як потреба в інтерпретованих моделях штучного інтелекту та масштабованість цифрових двійників, а також намічені майбутні напрямки досліджень, спрямовані на подальше підвищення ефективності, надійності та екологічності оптимальних рішень.

Ключові слова: оптимальне проєктування конструкцій; топологічна оптимізація; оптимізація форми; стохастична оптимізація; машинне навчання; адитивне виробництво; динамічні навантаження; невизначені умови

LATEST APPROACHES AND METHODS OF OPTIMAL STRUCTURAL DESIGN (overview)

KOZHEMIKINA I.F.^{1*}, PhD, Assoc. Prof.,
SAKHARCHUK S.V.², PhD Stud.,
ZAVARYKIN S.L.³, PhD Stud.

^{1*} Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (099) 156-29-89, e-mail: kozhem.irina@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-6987-8936

² Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (093) 368-73-03, e-mail: sakharchuk.serhii@365.pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0002-5037-2905

³ Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (063) 448-16-21, e-mail: zavarykin@gmail.com, ORCID ID: 0009-0000-0942-8247

Abstract. The relevance of the work. Addressing the challenges of modern engineering related to the safety and reliability of various structures and systems defines the relevance of this topic. Solving these challenges requires innovative approaches to the design and analysis of structures. Optimal design of structures represents a search for the “golden mean” in contemporary engineering analysis, aimed at improving efficiency, safety, and robustness across diverse fields, including civil engineering, aerospace, and the automotive industry. Recent advances have transformed optimization methods from purely theoretical constructs into practical tools, largely due to significant progress in computational technologies. **Purpose.** The objective is to review key methodologies – such as size, shape, and topology optimization – and modern computational approaches, including variational methods, differential equations, stochastic optimization, and the integration of machine learning, while assessing their effectiveness through potential applications. **Methodology.** The study involves an analytical review of current trends in structural optimization, with particular attention to their application in dynamic design and under uncertainty, emphasizing their ability to address complex, multidimensional problems. **The results.** An analytical investigation of contemporary methods of optimal design has been conducted. The review highlights major directions in the development of structural optimization: stochastic, adaptive, and multi-objective optimization; optimization under dynamic and seismic loads; and additive manufacturing, which expands the frontiers of structural design. Current challenges are outlined, including the need for interpretable artificial intelligence models and the scalability of digital twins, along with prospective research directions aimed at further enhancing the efficiency, reliability, and sustainability of optimal solutions.

Keywords: structural optimization; topology optimization; shape optimization; stochastic optimization; machine learning; additive manufacturing; dynamic loads; uncertainty conditions

Вступ. Проектування конструкцій за своєю суттю є складним, багатовимірним процесом, що вимагає визначення оптимальної кількості, розподілу, форми та розмірів елементів конструкції та їх взаємозв'язків. Метою часто є мінімізація витрат, збалансована з обмеженнями щодо експлуатаційної придатності та міцності, а також з урахуванням виробничих, логістичних та екологічних аспектів. Традиційні, ручні або ітераційні процеси проектування часто характеризуються своєю трудомісткістю. Вони нерідко призводять до псевдо оптимальних рішень, оскільки дослідження величезного, складного простору проектування для пошуку справжніх оптимумів є надзвичайно трудомістким. Як наслідок, інженери часто погоджуються на перше задовільне рішення, яке відповідає всім жорстким обмеженням, замість того, щоб шукати справжній оптимум. Ця ситуація, коли інженери погоджуються не на справжній оптимум, є не просто неефективною, а має економічні наслідки та вплив на безпеку. Конструкції запроектовані з великою матеріалоемністю призводять до марнотратства ресурсів, тоді як надмірна економія та недооцінення реальних умов роботи – створюють ризики. Нездатність звичайних методів ефективно

справлятися з нелінійністю, високою розмірністю, часовими ефектами та невизначеностями створює значний розрив між теоретично оптимальною продуктивністю та практичними результатами. Цей постійний розрив безпосередньо зумовлює безперервне та нагальне прагнення до більш досконалих обчислювальних методів в оптимальному проектуванні конструкцій. Обмеження традиційних підходів у вирішенні цих реальних складнощів мотивують розробку новітніх підходів, що мають на меті подолати цей розрив, надаючи інструменти для більш всебічного та враховуючого невизначеність проектування.

Оптимізація конструкцій, що піддаються динамічним та перехідним навантаженням, є складною задачею для обчислення. Вона вимагає розв'язання більш складних динамічних рівнянь руху, ніж статичний аналіз. Наприклад, сейсмічні навантаження вимагають ретельного аналізу часової історії [6]. Реальні структурні системи функціонують в умовах невизначеності, включаючи варіації властивостей матеріалів, виробничі допуски, непередбачувані зовнішні навантаження (наприклад, сейсмічні події, пориви вітру) та неточності моделювання. Покладання виключно на

детерміністичну оптимізацію в таких невизначених умовах може призвести до проєктів, які є або псевдо оптимальними (запроєктовані з великим запасом та неекономічними), або небезпечними (нездатними адекватно функціонувати в реальних умовах). Це підкреслює фундаментальну важливість оптимізації з урахуванням невизначеностей для забезпечення стійкості та продуктивності. Таким чином, постійна еволюція методології оптимального проєктування конструкцій є прямою відповіддю на зростаючі вимоги до реалізму, продуктивності та надійності в сучасному інженерному аналізі. Це свідчить про зміну філософії проєктування від простого досягнення «задовільних» проєктів до активного пошуку «оптимальних та ефективних» рішень, інтегруючи складну фізику та імовірнісні міркування з самого початку.

Мета дослідження. Дослідження новітніх підходів та методів оптимального проєктування конструкцій. Класифікація методів оптимізації. Оцінка ефективності методів через можливість їх застосування. Виявлення поточних викликів впровадження, нових тенденцій. Розглянути ключові методології та сучасні обчислювальні підходи, включаючи методи, диференціальні рівняння, стохастичну оптимізацію та інтеграцію машинного навчання.

Методика. На підставі аналізу сучасної літератури провести дослідження методів оптимізації, в тому числі у динамічному проєктуванні та в умовах невизначеності, підкреслюючи їхню здатність вирішувати складні, багатовимірні проблеми.

Основні результати досліджень. Оптимальне проєктування конструкцій традиційно поділяється на три основні категорії, кожна з яких зосереджена на різних аспектах змінних проєктування, але часто доповнює одна одну в комплексному процесі проєктування.

1. Оптимізація розмірів (Size Optimization). Цей метод зосереджений на визначенні оптимальних фізичних розмірів

заздалегідь визначених елементів конструкції, таких як товщина плити, площі поперечного перерізу балок або розміри стержнів у решітчастих структурах [7]. Важливо, що це досягається без зміни загальної форми або топології конструкції. Наприклад, оптимізація розмірів може бути ефективно використана для оптимізації окремих стержнів у решітчастих структурах.

2. Оптимізація форми (Shape Optimization). Оптимізація форми передбачає зміну зовнішніх меж або геометричного розташування конструкції для досягнення конкретних цілей проєктування. Ці цілі часто включають мінімізацію маси, зменшення концентрації напружень. Наприклад, Beiser et al. (2023) продемонстрували оптимізацію форми сталевих оболонкових конструкцій, що піддаються невизначеним умовам навантаження, підкреслюючи її дієвість [2]. Крім того, глибоке навчання з підкріпленням було успішно застосовано для оптимізації форми аеродинамічного профілю, ефективно генеруючи високоефективні проєкти [4].

3. Топологічна оптимізація (Topology Optimization). Топологічна оптимізація є найбільш загальним та гнучким методом оптимального проєктування конструкцій. Вона визначає оптимальний розподіл матеріалу в межах заздалегідь визначеного простору проєктування, дозволяючи створювати нові межі, такі як отвори або складні внутрішні структури. Це часто призводить до неінтуїтивних, високоефективних та легких проєктів [3]. Виконується як початковий етап проєктування, передуючи оптимізації форми та розмірів, оскільки вона визначає оптимальне розташування матеріалу для сприйняття навантаження [7].

У контексті топологічної оптимізації, її «загальність» означає, що вона може досліджувати набагато ширший простір проєктування. Що часто призводить до дуже нетрадиційних та неінтуїтивних форм, які перевершують ті, що досягаються за допомогою фіксованих форм або розмірів. Здатність топологічної оптимізації генерувати складні, органічні та неінтуїтивні геометрії безпосередньо зумовлює

необхідність передових технологій виробництва, насамперед адитивного виробництва (АВ). Традиційні методи виробництва часто нездатні відтворювати такі складні форми. Тому досягнення в топологічній оптимізації та АВ взаємопов'язані. Тобто, ТО забезпечує оптимальний проєкт, а АВ надає засоби для його реалізації. Це створює зворотний зв'язок, де прогрес одного розширює межі іншого. Цей зв'язок свідчить про фундаментальний зсув у парадигмі «проєктування-виробництво». Проєктування більше не обмежується виробничими обмеженнями, а виробничі можливості розширюються, щоб відповідати вимогам оптимізованих проєктів. Це передбачає майбутнє, де структурні форми все більше визначатимуться складними критеріями продуктивності та ефективністю використання матеріалів, а не традиційними геометричними або виробничими обмеженнями.

Ключові аспекти застосування топологічної оптимізації включають:

– *Ламіновані композитні структури.* Chandrasekhar et al. (2022) застосували топологічну оптимізацію, використовуючи критерії оптимальності, до ламінованих композитних плит та оболонок [3]. Їхнє дослідження показало, що оптимальний розподіл матеріалу значною мірою залежить від ламелей, що розташовувались перехресно та забезпечували вищу жорсткість на згин. Це підкреслює її корисність для передових, анізотропних матеріалів.

– *Стійкість до руйнування.* Yvonnet та Da (2024) надали всебічний огляд методів топологічної оптимізації, спеціально спрямованих на підвищення стійкості до руйнування [14]. Це включає підходи, засновані на напруженнях, класичній мінімізації податливості, пошкодженні від втоми та включенні нелінійних ефектів матеріалу, з особливим акцентом на проєктуванні двофазних матеріалів, придатних для 3D-друку.

– *Широке промислове застосування.* Топологічна оптимізація широко застосовується в таких галузях, як

аерокосмічна, автомобільна промисловість та будівництво висотних будівель, завдяки її здатності створювати легкі, але міцні конструкції.

– *Імплантовані медичні пристрої.* Вона має вирішальне значення для проєктування медичних імплантатів для вирішення таких проблем, як екранування напружень, сприяння остеоінтеграції, забезпечення індивідуалізації та зменшення ваги, часто за допомогою проєктування складних решітчастих структур [10].

Сучасне оптимальне проєктування елементів конструкцій значною мірою спирається на передові обчислювальні підходи, які дозволяють вирішувати складні фізичні явища та оптимізаційні задачі.

1) *Методи оптимізації, що керовані рівняннями в частинних похідних (Partial differential equation constrained optimization methods).* Ці методи формують математичну основу для задач оптимального проєктування конструкцій, де фізична поведінка конструкції (наприклад, деформація, напруження, теплопередача) точно описується диференціальними рівняннями.

– *Фреймворк MultiShape.* Roden et al. (2024) розробили MultiShape, відкритий Matlab-фреймворк, який використовує метод спектральних елементів для ефективного розв'язання різних типів диференціальних рівнянь, включаючи стаціонарні та залежні від часу, нелінійні та нелокальні рівняння, навіть на складних геометріях зі складними граничними умовами [12]. Його сумісність з алгоритмами оптимізації робить його універсальним та зручним інструментом для складного проєктування, керованого фізичними процесами.

– *Нелінійна оптимізація.* Значним викликом у реальних структурних задачах є нелінійність. Güttel та Pearson (2022) вирішили цю проблему, запропонувавши спектрально-часовий метод Ньютона-Крилова для нелінійної оптимізації залежними від часу диференціальних рівнянь [5]. Цей метод забезпечує швидкі та точні рішення, які є стійкими до варіацій розмірів сітки та кількості точок локації за часом,

виявившись більш ефективним для нелінійних задач, ніж попередні схеми відкладеної корекції.

– *Аналіз похибок з використанням нерівностей зважених норм.* Для забезпечення надійності та точності чисельних рішень, Antil et al. (2018) застосували теорію ваг Мукенхаупта та зважених просторів Соболева до аналізу похибок та дискретизації задач оптимізації, диференційних рівнянь [1]. Цей підхід пропонує простіший аналіз на основі простору Гільберта та забезпечує майже оптимальні швидкості збіжності для складних задач, що включають неоднорідно еліптичні рівняння, точкові спостереження або сингулярні джерела.

2) *Стохастична оптимізація та оптимізація в умовах невизначеності (Stochastic Optimization and Optimization under Uncertainty).* Ця категорія методів є ключовою для вирішення властивих невизначеностей, таких як варіації властивостей матеріалів, дефекти при виготовленні та непередбачувані зовнішні навантаження. Метою є досягнення оптимізації, як за нормативних, так і за невизначених умов.

– *Адаптивні стратегії вибірки.* Beiser et al. (2023) представили адаптивні методи вибірки для стохастичної оптимізації з урахуванням ризику та детермінованих обмежень [2]. Цей інноваційний підхід значно зменшує обчислювальні витрати, пов'язані з оцінкою градієнтів, шляхом динамічного коригування розміру вибірки, тим самим роблячи великомасштабні стохастичні задачі швидшими в обчисленні та практичними для інженерного проєктування.

– *Динамічні навантаження в умовах невизначеності.* Vitola (2020) розробив топологічний оптимізаційний фреймворк на основі методу кінцевих елементів, спеціально розроблений для конструкцій, що піддаються перехідним динамічним навантаженням в умовах невизначеності [13]. Цей фреймворк ефективно використовує метод розкладання нелінійної системи для ефективної кількісної оцінки

невизначеності, забезпечуючи оптимізацію проєктування, яка враховує імовірнісні варіації навантажень та властивостей матеріалів.

3) *Пошукові алгоритми (Metaheuristic Algorithms).* Ці апроксимаційні алгоритми пошуку є цінними для розв'язання складних, нелінійних та багатоцільових задач оптимізації, де отримання інформації про градієнт є складним або неможливим, або коли простір проєктування роз'єднаний та схильний до локальних оптимумів. Генетичні алгоритми та оптимізація роєм частинок широко застосовується для таких завдань, як оптимізація розподілу матеріалу, зменшення ваги та підвищення несучої здатності в різних конструкціях.

– *Багатоцільова оптимізація.* Zavala et al. (2014) дослідили багатоцільові метаевристики, відзначивши їхню ефективність у цивільному та промисловому проєктуванні для збалансування суперечливих цілей, таких як мінімізація інвестиційних витрат при максимізації безпеки, що зазвичай призводить до оптимальних рішень [7].

– *Еволюційні стратегії.* (EC). Papadrakakis et al. (2000) успішно застосували еволюційні стратегії (ЕС) для оптимізації конструкцій під сейсмічним навантаженням [8]. Їхня робота продемонструвала, що ЕС є дієвими для задач з дискретними змінними проєктування та можуть давати більш економічні та покращені проєкти порівняно зі спрощеними підходами аналізу, навіть якщо це відбувається за рахунок вищих обчислювальних витрат.

4) *Інтеграція машинного навчання (Integration of Machine Learning).* Машинне навчання (МН) швидко трансформує оптимальне проєктування конструкцій, забезпечуючи передові можливості, такі як прогностичне моделювання, складне розпізнавання образів та адаптивні стратегії оптимізації.

– *Глибоке навчання з підкріпленням (Deep Reinforcement Learning).* Dussauge et al. (2023) продемонстрували успішне застосування глибокого навчання з

підкріпленням для оптимізації форми аеродинамічного профілю [4]. Це показало здатність DRL ефективно генерувати високоефективні проекти у складних, фізично обґрунтованих задачах, часто нагадуючи існуючі оптимальні форми, знайдені в літературі.

– *Генеративний дизайн (Generative design)* [11]. Методи МН все частіше використовуються для генеративного дизайну, дозволяючи автоматично створювати нові конструктивні проекти на основі заданих критеріїв. Це включає потенціал включення естетичних та творчих критеріїв, а також значне збільшення різноманітності дизайну за межі того, що можуть уявити люди.

Незважаючи на свої перспективи, МН у проєктуванні конструкцій стикається зі значними викликами. Вимоги до даних, особливо для великих наборів даних, залишається обмежуючим фактором. Існує також критична потреба в більш інтерпретованих моделях штучного інтелекту (щоб уникнути проблем «чорного ящика») та дієві методи, які можуть надійно працювати з меншими, більш реалістичними наборами даних, що зустрічаються в інженерній практиці.

Ці досягнення в обчислювальних підходах не є ізольованими розробками, а скоріше синергетичною еволюцією. Експоненціальне зростання обчислювальної потужності дозволяє практично застосовувати раніше теоретичні методи, такі як складна оптимізація диференціальних рівнянь, або високоточна кількісна оцінка невизначеності. Властиві обмеження традиційних градієнтних методів (наприклад, для нелінійних, дискретних задач) призвели до зростання метаевристичних алгоритмів, які пропонують можливості глобального пошуку. Згодом, величезний обсяг даних, що генерується цими передовими методами, у поєднанні з орієнтацією на високооптимізовані рішення, зумовив впровадження машинного навчання. МН, у свою чергу, може підвищити ефективність традиційної оптимізації, надаючи точні

моделі, прискорюючи аналіз або більш інтелектуально керуючи простором пошуку рішень. Це створює сприятливий цикл, де кожен прогрес живить та покращує інші. Таким чином, галузь швидко рухається до гібридного, багато-парадигмального підходу до оптимального проєктування конструкцій. Жоден метод не є універсальним рішенням. Майбутнє полягає в інтелектуальному поєднанні цих різноманітних підходів – наприклад, використання МН для початкового генеративного проєктування та швидкого прогнозування, застосування методу диференціальних рівнянь для високоточного аналізу та тонкого налаштування, з інтеграцією стохастичних методів для забезпечення ефективних розрахунків в умовах невизначеності. Усі ці процеси можуть бути додатково прискорені за допомогою такого методу, як адаптивна вибірка. Це передбачає появу складної, взаємопов'язаної екосистеми обчислювальних інструментів, яка дозволить інженерам вирішувати задачі безпрецедентного масштабу та складності.

Оптимізація під дією динамічних та сейсмічних навантажень (Optimization under Dynamic and Seismic Loads). Оптимізація конструкцій для динамічних та сейсмічних навантажень є складним завданням у структурній інженерії та значним викликом у проєктуванні конструкцій через складні часозалежні та інерційні ефекти, які принципово змінюють реакцію конструкції порівняно зі статичними умовами. Papadrakakis et al. (2000) продемонстрували, що суворий динамічний підхід, зокрема використання аналізу часової історії (наприклад, метод Ньюмарка) зі штучно згенерованими акселерограмами, дає більш економічні та значно покращені проекти для конструкцій під сейсмічним навантаженням порівняно зі спрощеними аналізами спектру реакції, прийнятими сейсмічними нормами [8; 9]. Це відбувається за рахунок вищих обчислювальних витрат, що підкреслює вирішальний компроміс між оптимальністю/точністю проєктування та обчислювальними витратами.

Робота Vitola (2020) додатково підкреслила необхідність оптимізації динамічної реакції [13]. Його дослідження показало, що оптимальні проекти в умовах перехідних динамічних навантажень значно відрізняються від тих, що отримані в статичних умовах, особливо при високих швидкостях навантаження. Це означає, що статична оптимізація може призвести до псевдо оптимальних або навіть небезпечних проектів для динамічних сценаріїв. Це не просто академічна дискусія про обчислювальну ефективність, це критично важливе практичне міркування для безпеки конструкцій та економічної доцільності. Покладання на спрощені статичні припущення для конструкцій, що піддаються динамічним або сейсмічним навантаженням, може призвести або до ненадійних конструкцій (схильних до руйнування), або до конструкцій з надмірною масою (марнотратних з точки зору матеріалів та ресурсів). Властива складність динамічних явищ (наприклад, часова залежність, інерційні ефекти, резонанс) безпосередньо зумовлює високу обчислювальну складність, пов'язану з точним динамічним аналізом. Що у свою чергу, стимулює дослідження та розробку методів підвищення обчислювальної ефективності (таких як зменшення порядку моделі, еквівалентні статичні навантаження та адаптивні стратегії вибірки, як ті, що запропоновані Beiser et al.), щоб зробити динамічну оптимізацію практичною та економічно доцільною для широкого інженерного застосування. Тенденція полягає у підвищенні точності динамічного аналізу та оптимізації, з урахуванням зростаючих обчислювальних вимог. Це вказує на те, що майбутнє проектування конструкцій буде все більше визначатися потребою в реалістичному моделюванні динамічних явищ для досягнення вищої продуктивності та безпеки.

Оптимізація під дією перехідних навантажень (Optimization under Transient Loads). Оптимізація під дією перехідних навантажень охоплює широкий спектр застосувань, включаючи проектування

конструкцій для витримування ударів, контроль поширення пружних хвиль та зменшення шуму та вібрації. Vitola розробив фреймворк на основі методу кінцевих елементів для топологічної оптимізації в умовах перехідних динамічних навантажень. Цей фреймворк ефективно використовував метод суміжних змінних (adjoint variable method) для ефективного аналізу чутливості та метод рухомих асимптот (Method of Moving Asymptotes) для процедури оптимізації, демонструючи свою ефективність для складних задач, що залежать від часу [13]. Обчислювальні витрати оптимізації динамічної реакції часто вимагають інтеграції методів, спрямованих на зменшення обчислювальних витрат. Такі методи, як зменшення порядку моделі (model order reduction method) та еквівалентні статичні навантаження (equivalent static loads), досліджуються для підвищення ефективності при збереженні прийнятного рівня точності.

Врахування невизначеності є критично важливим аспектом сучасного оптимального проектування конструкцій, оскільки реальні системи функціонують у середовищі, де параметри та навантаження не є детермінованими.

Невизначеність може виникати з різних джерел, включаючи властивості матеріалів, виробничі допуски, зовнішні навантаження (наприклад, сейсмічні, вітрові) та неточності моделювання. Таким чином, інженерна спільнота переживає зміну парадигми, переходячи від чисто детерміністичного до враховуючого невизначеність проектування. Це означає, що замість того, щоб проектувати для однієї «найгіршої» або «номінальної» події, сучасні підходи прагнуть створити рішення, які є стійкими та надійними в діапазоні можливих сценаріїв. Це відображає зростаюче усвідомлення того, що безпека та економічна ефективність у реальному світі нерозривно пов'язані з розумінням та керуванням невизначеністю.

Для вирішення проблеми невизначеності розроблено два основні підходи:

1. *Робастна оптимізація проектування (Robust design optimization)* – спрямована на

мінімізацію чутливості продуктивності конструкції до варіацій невизначених параметрів, тим самим забезпечуючи стабільну та передбачувану поведінку [13].

2. *Оптимізація проєктування на основі надійності (Reliability-based design optimizatio)* – зосереджена на забезпеченні того, щоб імовірність відмови конструкції залишалася нижче заздалегідь визначеного цільового рівня, таким чином безпосередньо керуючи ризиком [13].

Обидва підходи часто вимагають значних обчислювальних ресурсів, оскільки вони включають імовірнісний аналіз, який може бути дуже інтенсивним. Для зменшення розрахунків використовуються такі методи, як розкладання поліноміального хаосу (polynomial chaos expansion), що дозволяє ефективно кількісно оцінювати невизначеність шляхом представлення випадкових змінних за допомогою поліноміальних базисних функцій.

Новітні тенденції та трансформаційні технології. Галузь оптимального проєктування конструкцій продовжує розвиватися, інтегруючи нові технології та концепції, які обіцяють подальшу трансформацію інженерної практики.

Адитивне виробництво та оптимальне проєктування конструкцій (Additive Manufacturing and Structural Optimization). Адитивне виробництво, широко відоме як 3D-друк, революціонує виробництво, дозволяючи створювати легкі, складні структури з мінімальними відходами матеріалів та споживанням енергії [14]. Ця технологія ідеально поєднується з топологічною оптимізацією, оскільки вона може реалізувати складні, неінтуїтивні геометрії, які є результатом оптимізаційних алгоритмів, але неможливі для традиційних методів виробництва.

Адитивне виробництво дозволяє виготовляти конструкції зі складними внутрішніми решітчастими структурами та оптимізованими шаблонами заповнення, що значно зменшує вагу при збереженні або навіть підвищенні механічних властивостей.

Розвиток адитивного виробництва включає широкий спектр матеріалів, таких

як метали, полімери, композити та кераміка, що дозволяє проєктувати конструкції з індивідуальними властивостями для конкретних застосувань.

У галузі медичних пристроїв адитивне виробництво у поєднанні з топологічною оптимізацією дозволяє проєктувати індивідуальні імплантати, які вирішують такі проблеми, як екранування напружень, сприяння остеоінтеграції, забезпечення індивідуалізації та зменшення ваги, що значно покращує результати для пацієнтів [10].

Машинне навчання (МН) та штучний інтелект (ШІ) у проєктуванні конструкцій (Machine Learning (ML) and Artificial Intelligence (AI) in Structural Design). Інтеграція МН та ШІ є однією з найбільш трансформаційних тенденцій у проєктуванні конструкцій. Ці технології дозволяють розробляти прогностичні моделі, розпізнавати складні закономірності та створювати адаптивні стратегії оптимізації.

Алгоритми машинного навчання можуть автоматично генерувати нові проєкти на основі заданих критеріїв, значно прискорюючи процес проєктування та досліджуючи безліч рішень, що є досить виснажливим процесом для людини. Машинне навчання може використовуватися для швидкого прорахунку ефективності конструкції, зменшуючи потребу в трудомістких симуляціях, особливо в поєднанні з обчислювальною гідродинамікою (Computational Fluid Dynamics) для оптимізації форми [4].

Незважаючи на величезний потенціал, впровадження машинного навчання у проєктування конструкцій стикається з викликами, такими як потреба у великих, якісних наборах даних, а також необхідність розробки більш інтерпретованих моделей ШІ, щоб інженери могли розуміти та довіряти результатам "чорного ящика". В перспективі ШІ може забрати на себе всю рутинну роботу та залишити інженерам лише аналітичні процеси.

Багатоцільова оптимізація для сталого розвитку (Multi-Objective Optimization for Sustainability). Зростаюча увага до сталого

розвитку призвела до розробки багатоцільових оптимізаційних підходів, які прагнуть збалансувати суперечливі цілі, такі як економічна ефективність, екологічний вплив та соціальні вигоди. Це особливо актуально для міського планування та проєктування великих інфраструктурних проєктів, де оптимізація може призвести до значного зменшення вуглецевого сліду та більш ефективного використання ресурсів.

Ці новітні тенденції та трансформаційні технології формують об'єднану систему інновацій. Адитивне виробництво надає засоби для реалізації складних, оптимізованих проєктів. Машинне навчання та штучний інтелект покращують процес проєктування, роблячи його швидшим, розумнішим та здатним досліджувати більші об'єми рішень. Цифрові двійники забезпечують зворотний зв'язок у реальному часі для безперервної оптимізації та моніторингу. А багатоцільова оптимізація інтегрує ці технології для досягнення цілей сталого розвитку. Ця конвергенція обіцяє майбутнє, де проєктування конструкцій буде не тільки більш ефективним та безпечним, але й більш адаптивним, стійким та інтелектуальним.

Висновки

Огляд новітніх підходів та методів оптимального проєктування конструкцій підкреслює глибоку трансформацію цієї галузі, технологій та зростаючими вимогами до ефективності, безпеки та сталого розвитку. Від фундаментальних методів оптимізації розмірів, форми та топології до складних обчислювальних підходів, таких як оптимізація диференційних рівнянь, стохастичні методи та інтеграція машинного навчання, інженери тепер мають у своєму розпорядженні безпрецедентний набір інструментів.

Топологічна оптимізація виявилася найбільш універсальним методом, здатним генерувати неінтуїтивні, високоефективні форми, що значно перевершують традиційні проєкти. Її потенціал повністю розкривається у поєднанні з адитивним

виробництвом, яке дозволяє виготовляти складні геометрії.

Зростаюча складність реальних умов експлуатації вимагає переходу від детерміністичного до враховуючого невизначеність проєктування. Робастна оптимізація проєктування (RDO) та оптимізація проєктування на основі надійності (RBDO), посилені такими методами, як адаптивна вибірка та розкладання поліноміального хаосу, є критично важливими для забезпечення надійності та стійкості конструкцій.

Оптимізація під дією динамічних та перехідних навантажень є складною, але необхідною умовою. Динамічні підходи, хоч і важкі в обчисленні, дають значно кращі та економічніші проєкти порівняно зі спрощеними статичними аналізами.

Машинне навчання та штучний інтелект змінюють парадигму проєктування, надаючи можливості для генеративного дизайну, прогностичного моделювання та автоматизації. Вони дозволяють досліджувати величезні об'єми рішень та впроваджувати складні критерії, які раніше були недосяжними.

Майбутнє оптимального проєктування конструкцій полягає в об'єднанні різноманітних підходів. Поєднання машинного навчання для швидкого дослідження та диференційних рівнянь для точного аналізу, стохастичних методів для керування ризиками та адитивне виробництво створює потужну екосистему для інновацій.

Майбутні напрямки досліджень (Future Research Directions). Подальший розвиток оптимального проєктування конструкцій вимагатиме вирішення кількох ключових проблем та дослідження нових напрямків.

Необхідна розробка більш "прозорих" моделей ШІ (пояснювальний ШІ), які дозволяють інженерам розуміти та перевіряти їхні рішення. Крім того, критичним залишається створення великих, високоякісних, загальнодоступних наборів даних моделей для машинного навчання у проєктуванні конструкцій, а також розробка

дієвих методів, які ефективно працюють з меншими або неповними наборами даних.

Майбутні роботи можуть включати більш складні моделі матеріалів (наприклад, нелінійні, анізотропні, з урахуванням пошкоджень) та враховувати великі

деформації та механізми руйнування в оптимізаційних фреймворках. Це дозволить створювати проекти, які є більш реалістичними та надійними в екстремальних умовах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Antil H., Otárola E. & Salgado A. J. Some applications of weighted norm inequalities to the error analysis of PDE-constrained optimization problems. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2018. № 38 (2). Pp. 852–883. DOI: 10.1093/imanum/drx018.
2. Beiser F., Keith B., Urbainczyk S. & Wohlmuth B. Adaptive sampling strategies for risk-averse stochastic optimization with constraints. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2023. № 43 (6). Pp. 3729–3765. DOI: 10.1093/imanum/drac083.
3. Chandrasekhar K. N. V., Bhikshma V. & Bhaskara Reddy K. U. Topology optimization of laminated composite plates and shells using optimality criteria. *Journal of Applied and Computational Mechanics*. 2022. № 8 (2). Pp. 405–415. DOI: 10.22055/jacm.2019.31296.1858.
4. Dussauge T. P., Sung W. J., Fischer O. J. P. & Mavris D. N. A reinforcement learning approach to airfoil shape optimization. *Scientific Reports*. 2023. № 13 (1). Pp. 9753. DOI: 10.1038/s41598-023-36560-z.
5. Güttel S. & Pearson J. W. A spectral-in-time Newton–Krylov method for nonlinear PDE-constrained optimization. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2022. № 42 (2). Pp. 1478–1499. DOI: 10.1093/imanum/drab011.
6. Málaga-Chuquitaype C. Machine Learning in Structural Design: An Opinionated Review. *Frontiers in Built Environment*. 2022. № 8. Pp. 815717. DOI: 10.3389/fbuil.2022.815717.
7. Zavala G. R., Nebro A. J., Luna F. & Coello Coello C. A. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2014. № 49 (4). Pp. 537–558. DOI: 10.1007/s00158-013-1022-y.
8. Papadrakakis M., Lagaros N. D. & Plevris V. Optimum Design of 3D Structures under Static and Dynamic Loading Conditions. *Fourth International Colloquium on Computation of Shell & Spatial Structures (IASS-IACM 2000)*. 2000. Pp. 4–7. URL: https://www.researchgate.net/profile/Nikos-Lagaros/publication/259396676_Conference_V6/data/00b7d52b6a1c3bb739000000/Conference-V6.pdf
9. Papadrakakis M., Lagaros N. & Plevris V. Optimum design of structures under seismic loading. In *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. 2000, Barcelona. URL: <http://congress2.cimne.com/eccomas/proceedings/eccomas2000/pdf/753.pdf>
10. Peto M., García-Ávila J., Rodríguez C. A., Siller H. R., Lopes da Silva J. V. & Ramírez-Cedillo E. Review on structural optimization techniques for additively manufactured implantable medical devices. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2024. № 10. Pp. 1378174. DOI: 10.3389/fmech.2024.1378174.
11. Ramos A., Angel V. G., Siqueiros M., Sahagun T., Gonzalez L. & Ballesteros R. Reviewing additive manufacturing techniques: Material trends and weight optimization possibilities through innovative printing patterns. *Materials*. 2025. № 18 (6). Pp. 1377. DOI: 10.3390/ma18061377.
12. Roden J. C., Mills-Williams R. D., Pearson J. W. & Goddard B. D. MultiShape : A spectral element method, with applications to dynamic density functional theory and PDE-constrained optimization. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2024. DOI: 10.1093/imanum/drae066.
13. Vitola R. J. Design optimization of structures subjected to transient dynamic loads under uncertainty. 2020. Drexel University. URL: https://researchdiscovery.drexel.edu/esploro/fulltext/graduate/Design-Optimization-of-Structures-Subjected-to/991014695539104721?repId=12324295410004721&mId=13324295400004721&institution=01DRXU_INST
14. Yvonnet J. & Da D. Topology optimization to fracture resistance: a review and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2024. № 31(4). Pp. 2295–2315. DOI: 10.1098/rspa.2019.0861.

REFERENCES

1. Antil H., Otárola E. and Salgado A.J. Some applications of weighted norm inequalities to the error analysis of PDE-constrained optimization problems. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2018, no. 38 (2), pp. 852–883. DOI: 10.1093/imanum/drx018.
2. Beiser F., Keith B., Urbainczyk S. and Wohlmuth B. Adaptive sampling strategies for risk-averse stochastic optimization with constraints. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2023, no. 43 (6), pp. 3729–3765. DOI: 10.1093/imanum/drac083.
3. Chandrasekhar K.N.V., Bhikshma V. and Bhaskara Reddy K.U. Topology optimization of laminated composite plates and shells using optimality criteria. *Journal of Applied and Computational Mechanics*. 2022, no. 8 (2), pp. 405–415. DOI: 10.22055/jacm.2019.31296.1858.

4. Dussauge T.P., Sung W.J., Fischer O.J.P. and Mavris D.N. A reinforcement learning approach to airfoil shape optimization. *Scientific Reports*. 2023, no. 13 (1), pp. 9753. DOI: 10.1038/s41598-023-36560-z.
5. Güttel S. and Pearson J.W. A spectral-in-time Newton–Krylov method for nonlinear PDE-constrained optimization. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2022, no. 42 (2), pp. 1478–1499. DOI: 10.1093/imanum/drab011.
6. Málaga-Chuquitaype C. Machine Learning in Structural Design : An Opinionated Review. *Frontiers in Built Environment*. 2022, no. 8, pp. 815717. DOI: 10.3389/fbuilt.2022.815717.
7. Zavala G.R., Nebro A.J., Luna F. and Coello Coello C.A. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2014, no. 49 (4), pp. 537–558. DOI: 10.1007/s00158-013-1022-y.
8. Papadrakakis M., Lagaros N.D. and Plevris V. Optimum Design of 3D Structures under Static and Dynamic Loading Conditions. Fourth International Colloquium on Computation of Shell & Spatial Structures (IASS-IACM 2000). 2000, pp. 4–7. URL: https://www.researchgate.net/profile/Nikos-Lagaros/publication/259396676_Conference_V6/data/00b7d52b6a1c3bb739000000/Conference-V6.pdf
9. Papadrakakis M., Lagaros N. and Plevris V. Optimum design of structures under seismic loading. In European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. 2000, Barcelona. URL: <http://congress2.cimne.com/eccomas/proceedings/eccomas2000/pdf/753.pdf>
10. Peto M., García-Ávila J., Rodríguez C.A., Siller H.R., Lopes da Silva J.V. and Ramírez-Cedillo E. Review on structural optimization techniques for additively manufactured implantable medical devices. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2024, no. 10, pp. 1378174. DOI: 10.3389/fmech.2024.1378174.
11. Ramos A., Angel V.G., Siqueiros M., Sahagun T., Gonzalez L. and Ballesteros R. Reviewing additive manufacturing techniques: Material trends and weight optimization possibilities through innovative printing patterns. *Materials*. 2025, no. 18 (6), pp. 1377. DOI: 10.3390/ma18061377.
12. Roden J.C., Mills-Williams R.D., Pearson J.W. and Goddard B.D. MultiShape : A spectral element method, with applications to dynamic density functional theory and PDE-constrained optimization. *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2024. DOI: 10.1093/imanum/drae066.
13. Vitola R.J. Design optimization of structures subjected to transient dynamic loads under uncertainty. Drexel University. 2020. URL: https://researchdiscovery.drexel.edu/esploro/fulltext/graduate/Design-Optimization-of-Structures-Subjected-to/991014695539104721?repId=12324295410004721&mId=13324295400004721&institution=01DRXU_INST
14. Yvonnet J. and Da D. Topology optimization to fracture resistance : a review and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2024, no. 31 (4), pp. 2295–2315. DOI: 10.1098/rspa.2019.0861.

Надійшла до редакції: 18.11.2025.