

УДК 699.841

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.290426.160.1237

ДВОВИМІРНІ ҐРУНТОВІ МЕТАСТРУКТУРИ ТА ПЕРІОДИЧНІ ФУНДАМЕНТИ ДЛЯ ВІБРОСЕЙСМІЧНОГО ЗАХИСТУ: ОГЛЯД

КУЧИН І. О., асп.

Кафедра будівельної і теоретичної механіки та опору матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (063) 691-48-11, e-mail: illiakuchyn@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-6627-6315

Анотація. У статті висвітлено актуальну інженерну проблему зменшення низькочастотних коливань у системі «ґрунт – фундамент – споруда», спричинених сейсмічними явищами та техногенними джерелами, такими як транспорт і промислове обладнання. Зазначено, що традиційні методи віброзахисту, включно із сейсмоізоляційними опорами та ґрунтовими екранами, мають суттєві обмеження: недостатню ефективність у низькочастотному діапазоні через великі довжини хвиль, відсутність можливості точного спектрального налаштування та складність поєднання з несучими елементами будівель. У роботі досліджуються можливості двовимірних (2D) ґрунтових метаструктур і періодичних фундаментів, здатних формувати керовані зони загасання та смуги непропускання для пружних хвиль. Детально проаналізовано ключові фізичні механізми: розсіювання хвиль на періодичних неоднорідностях за бреггівським принципом, локальний резонанс субхвильових елементів, інерційне підсилення, а також ефекти перетворення поверхневих хвиль Релея в об'ємні моди. Систематизовано основні класи рішень, до яких належать ґрунтові метабар'єри, метаповерхні, періодичні пальові поля та метафундаменти. Розглянуто еволюцію методів моделювання від розрахунку дисперсійних діаграм для нескінченних середовищ до чисельного аналізу скінченних масивів із врахуванням дисипації енергії та динамічної взаємодії ґрунту і споруди. На основі огляду робіт 2020–2025 років показано, що для практичної реалізації критично важливим є розрізнення теоретичних заборонених зон та інженерних зон загасання, ефективність яких залежить від технологічних допусків і неоднорідності ґрунтового масиву. *Метою статті* є систематизація теоретичних та експериментальних даних для визначення меж застосування метаструктур і бар'єрів їх впровадження, а також обґрунтування переходу до методів проектування, що враховують невизначеність, зокрема, на базі теорії нечітких множин. **Висновок.** Підтверджено, що 2D-метаструктури є перспективним напрямом розвитку систем вібросейсмічного захисту, що дозволяє створювати компактні та ефективні бар'єри для низькочастотних впливів. Результати огляду формують основу для розробки нових методик розрахунку, орієнтованих на створення надійних конструктивних систем, характеристики яких залишаються стабільними в умовах реальної мінливості властивостей ґрунту.

Ключові слова: сейсмічний захист; метаматеріали; фононний кристал; періодичні конструкції; заборонена зона; сейсмічне екранування; сейсмоізоляція

TWO-DIMENSIONAL SOIL METASTRUCTURES AND PERIODIC FOUNDATIONS FOR VIBRO-SEISMIC PROTECTION : A REVIEW

KUCHYN I.O., *Postgrad. Stud.*

Department of Structural and Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (063) 691-48-11, e-mail: illiakuchyn@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-6627-6315

Abstract. The article addresses the pressing engineering issue of mitigating low-frequency vibrations in the soil – foundation – structure system caused by seismic events and man-made sources such as transportation and industrial machinery. It is noted that traditional vibration protection methods, including seismic isolation bearings and soil barriers, face significant limitations: insufficient effectiveness in the low-frequency range due to large wavelengths, lack of precise spectral tunability, and difficulties in integration with load-bearing building elements. The article explores the potential of two-dimensional (2D) soil metastructures and periodic foundations capable of creating controlled attenuation zones and stop bands for elastic waves. Key physical mechanisms are analyzed in detail: Bragg scattering on periodic inhomogeneities, local

resonance of subwavelength elements, inertial amplification, and mode conversion effects of Rayleigh surface waves into bulk waves. The main classes of solutions are systematized, comprising soil metabarriers, metasurfaces, periodic pile fields, and metafoundations. The evolution of modeling methods is reviewed from dispersion diagram calculations for infinite media to numerical analysis of finite arrays considering energy dissipation and dynamic soil–structure interaction. Based on a review of studies from 2020–2025, it is shown that distinguishing between theoretical band gaps and engineering attenuation zones, whose effectiveness depends on construction tolerances and soil heterogeneity, is critical for practical implementation. **The purpose of the article** is to systematize theoretical and experimental findings to define the application limits and implementation barriers of metastructures, justifying the shift toward uncertainty-aware design methods, such as those based on fuzzy set theory. **Conclusion.** It is confirmed that 2D metastructures represent a promising direction in the development of vibro-seismic protection systems, enabling the creation of compact and effective barriers for low-frequency excitations. The review findings provide a basis for developing new calculation methodologies aimed at creating reliable structural systems capable of maintaining stable performance under the inherent variability of soil properties.

Keywords: seismic protection; metamaterials; phononic crystal; periodic structures; band gap; seismic shielding; seismic isolation

Вступ. Динамічні впливи на споруди та їхні основи формуються як природними, так і техногенними джерелами. Для інженерної практики особливо важливими є задачі, де коливання в ґрунті призводять до небажаних переміщень, прискорень або підвищених напружень у конструкціях: від сейсмічних навантажень до транспортно-індукованих вібрацій у щільній забудові. У низькочастотному діапазоні ефективно екранування або «фільтрація» хвиль традиційними бар'єрами часто ускладнені через великі довжини хвиль і залежність результату від параметрів ґрунту.

Поряд із класичними рішеннями (ізоляційно-демпфувальні пристрої у вузлі «споруда – фундамент» та геотехнічні екрани на шляху хвилі) останні два десятиліття активно розвивається хвильовий підхід: створення керованих структур у ґрунті або фундаменті, які змінюють дисперсію, модовий склад і загасання хвиль у цільових смугах частот. У науковій літературі такі конструкції часто відносять до «сейсмічних метаматеріалів»; у цьому огляді розгляд обмежено інженерно реалізованими 2D-рішеннями: періодичними фундаментами (періодичність у плані), ґрунтовими метабар'єрами та метаповерхнями.

Мета огляду – узагальнити результати ключових робіт щодо 2D періодичних фундаментів, метабар'єрів і метаповерхонь для послаблення сейсмічних коливань та

техногенних вібрацій, а також показати, як на практиці розрізняють «заборонені зони» (ідеалізована нескінченна періодика) і «зони загасання» (скінченні масиви з демпфуванням та взаємодією ґрунту та споруди). Додатково окреслено фактори, які визначають відтворюваність ефектів у реальних ґрунтових умовах, та наведено класифікацію підходів як артефакт систематизації.

Механізми хвильової фільтрації та терміни. Дисперсійні властивості періодичних пружних середовищ систематично вивчаються з початку 1990-х років. Для двовимірних періодичних систем показано, що контраст параметрів комірки може формувати розриви в дисперсійних діаграмах – частотні інтервали, у яких у межах ідеалізованої моделі нескінченної періодики відсутні поширювані моди (заборонені зони) [1; 2]. У таких постановках основний інструмент – умови Флоке–Блоха, які пов'язують поле переміщень у сусідніх комірках та дозволяють обчислювати спектр власних мод.

Обмеження бреггівського механізму стають очевидними при оцінці довжин хвиль. Для характерних швидкостей зсувних хвиль у ґрунтах $V_s \approx 200\text{--}400$ м/с бреггівський механізм формує перший заборонений інтервал порядку, коли крок періодичності адекватно оцінює оцінку $a \sim \lambda/2$; тут $\lambda = V_s/f$. Якщо для частоти 10 Гц цей розмір становить технологічно прийнятні 10–20 м, то для

захисту від низькочастотних сейсмічних коливань (близько 1 Гц) необхідний крок періодичності сягає 100–200 м. Це робить створення «чистих» фононних кристалів у натурних масштабах геометрично неможливим для інфраструктурних об'єктів.

Вихід запропонували локально-резонансні архітектури, у яких смуги непропускання визначаються резонансною динамікою включень і можуть реалізовуватися на субхвильових масштабах. Класичний приклад локально-резонансних акустичних метаматеріалів показав принципову можливість формувати заборонені смуги на частотах, істотно нижчих за брегітвські для тієї ж геометрії [3]. Подальші узагальнення механізмів метаматеріалів та фононіки сформувавши методичну базу для аналізу таких систем [4–6].

Для інженерного обговорення доцільно розрізняти дві постановки. Перша — «джерело – бар'єр – приймач», де метабар'єр або метаповерхня розміщуються на шляху хвилі й оцінюються за рівнем зниження коливань у контрольній зоні. Друга – «метафундамент», коли періодичність інтегрована у фундамент або палі та працює у тісному зв'язку з надбудовою; у цьому разі визначальною стає взаємодія ґрунту та споруди, а метрики ефективності переходять від чисто хвильових (передавання/ослаблення) до інженерних показників відгуку споруди.

Двовимірні ґрунтові метаструктури: метабар'єри та метаповерхні. У сейсмічному контексті розвиток напряму пов'язаний з переходом від суто теоретичних «фононних кристалів» до структурованих ґрунтових і фундаментних рішень. Експериментальні демонстрації зі структурованими ґрунтами підтвердили, що періодичні неоднорідності можуть змінювати поле поверхневих хвиль у реальних умовах [7; 8]. Паралельно запропоновано підходи, де ґрунтову метаструктуру інтерпретують через еквівалентні системи механічних осциляторів, що полегшує інженерний синтез комірок [9]. Оглядові праці узагальнюють типові

конфігурації, механізми та виклики перенесення концепції у практику [10–12]. Окремі дослідницькі роботи також деталізують чутливість ефектів до конструктивних умов, зокрема до закріплення, геометрії та матеріалу елементів метаструктури [13].

Ґрунтові метабар'єри розвиваються як хвильові фільтри, орієнтовані насамперед на хвилі Релея, амплітуди яких максимальні поблизу поверхні. Концепцію інженерного метабар'єра у вигляді масиву локально-резонансних елементів запропоновано як «щит» від поверхневих хвиль [14]; подальші роботи розглядають багатомасові резонаторні комірки та інші прийоми розширення робочих смуг [15; 16]. Узагальнювальна стаття про метабар'єри та метафундаменти підкреслює, що в реальних ґрунтах ефект визначається поєднанням періодичності, локального резонансу та демпфування, а також обмеженою кількістю елементів у масиві [17].

Тематично близькими є метаповерхні – періодичні масиви резонаторів на поверхні або в приповерхневій зоні, які взаємодіють із хвилями Релея та можуть змінювати модовий склад хвильового поля [18]. Окремий інтерес викликають підходи, що спрямовані на наднизькі частоти через спеціальні схеми закріплення резонаторів [19]. Як незалежний аргумент на користь ролі локального резонансу в приповерхневій зоні розглядають і природні аналогії, зокрема інтерпретацію лісових масивів як систем, здатних формувати резонансно зумовлені провали у спектрі поверхневих хвиль [20].

Для прикладних задач транспортно-індукованих вібрацій критичним є перехід від ідеалізованих джерел до моделей, які враховують взаємодію «потяг – колія – ґрунт». У такій постановці метабар'єр оцінюється за очікуваним зниженням коливань у контрольних точках і чутливістю до технологічних факторів. Прикладом є дослідження, де ефективність сейсмічного метабар'єра аналізується з урахуванням повної динамічної взаємодії системи [21]. Додатково

розглядаються економічні та екологічні аспекти, зокрема у термінах оцінювання життєвого циклу методів віброзахисту [22; 23].

Окремий приклад інженерної реалізації резонаторних включень у ґрунтовому середовищі наведено для масиву збірних сталевих секцій (експеримент і числове моделювання) [24].

Періодичні фундаменти та метафундаменти. У фундаментних системах періодичність може реалізовуватися як у вигляді шаруватих (переважно 1D) основ, так і у вигляді 2D періодики в плані. Шаруваті основи на основі періодичних матеріалів експериментально підтверджують можливість формувати смуги загасання та зменшувати передавання коливань у цільовому діапазоні [25]. Розвитком цієї ідеї є фундаменти з «ефективними зонами загасання», де підбір шарів або включень орієнтований на зниження передавання енергії коливань у заданій смузі частот [26].

Для двовимірних періодичних фундаментів показано, що періодичність у плані здатна формувати робочі інтервали зі зниженим передаванням коливань [27]. На відміну від ідеалізованих нескінченних моделей, у реальній конструкції ефект визначається скінченними розмірами фундаменту, межовими умовами та демпфуванням, що проявляється як зона загасання в скінченному масиві. Важливо також враховувати спільну роботу основи та надбудови: приєднання споруди може зміщувати робочі смуги, тому синтез комірки доцільно узгоджувати з динамікою «надбудова – фундамент». Це продемонстровано, зокрема, для періодичних фундаментів з інерційним підсиленням, де взаємодія «надбудова–фундамент» є ключовою для прогнозу ефективності [28].

Окремий напрям – інтеграція хвильового ефекту в несучі елементи фундаментів. Показано, що періодичні палі можуть поєднувати несучу функцію з керуванням поширенням хвиль і формувати зони загасання для поверхневих хвиль [29]. Подальший

розвиток приводить до концепції періодичних фундаментів і метафундаментів, де динамічний відгук споруди визначається спільною роботою основи та надбудови; тому ефективність оцінюють у межах узгоджених моделей [30; 31]. Новіші праці також поєднують чисельне моделювання та експеримент для частково заглиблених резонаторних систем і метафундаментів [32; 33].

Моделювання, масштабування та практичні обмеження. У контексті математичного моделювання поряд із прямим описом комірок застосовують узагальнені континуальні моделі, які прагнуть відтворювати дисперсійні ефекти мікроструктурованих середовищ без явного моделювання кожної неоднорідності. Зокрема, у динаміці градієнтних моделей важливо забезпечити причинність і динамічну узгодженість формулювань; ці питання обговорюються в роботах, де градієнтну пружність виводять із дискретної мікроструктури та аналізують її каузальні властивості [34–36]. Для задач ґрунтових метаструктур такі підходи можуть бути корисними як інструмент узагальнення та ідентифікації ефективних параметрів за експериментальними даними.

Практичне впровадження метаструктурних рішень потребує врахування невизначеності параметрів ґрунту та конструкції. Модулі деформації, щільність, коефіцієнти затухання, контактні умови та геометричні допуски можуть зміщувати робочі смуги і змінювати рівні коливань. Окрім класичних стохастичних підходів доцільними є методи формалізації неповної інформації. Зокрема, апарат нечітких множин застосовується в задачах механіки та оптимального проєктування за умов нечітких або інтервальних вихідних даних [37]. У контексті періодичних фундаментів та метабар'єрів це природно пов'язується з побудовою стійких до невизначеностей схем налаштування резонаторів і вибору геометричних параметрів.

Таблиця 1

Узагальнювальна класифікація 2D рішень для зменшення коливань у пов'язаній системі основи та споруди

Тип рішення	Домінуючий фізичний механізм	Об'єкт керування (Тип хвиль)	Критичні фактори реалізації та моделювання
2D Періодичний фундамент	Бреггівське розсіювання на ґратці включень; локальний резонанс (за наявності резонаторів)	Об'ємні та поверхневі хвилі, що передаються на надбудову	Динамічна взаємодія «ґрунт – фундамент – споруда»; зсув частот під навантаженням; межові ефекти скінченного масиву
Ґрунтовий метабар'єр	Локальний резонанс (субхвильове поглинання); інерційне підсилення	Переважно хвилі Релея у приповерхневій зоні	Глибина бар'єра відносно довжини хвилі; демпфування ґрунту; технологічна складність влаштування резонаторів
Метаповерхня	Модова взаємодія та конверсія поверхневих хвиль в об'ємні моди	Хвилі Релея (трансформація моди та відведення енергії в глибину)	Налаштування резонансної частоти; контактні умови на поверхні; стабільність властивостей приповерхневого шару
Періодичні пальові поля	Розсіювання на жорстких включеннях; взаємодія в системі «палія–ґрунт–палія»	Сейсмічні хвилі широкого спектра; техногенні вібрації	Подвійна функція (несуча здатність та віброзахист); необхідність розрахунку за граничними станами
Шарувата періодична основа	Одновимірна (1D) спектральна фільтрація в неоднорідному середовищі	Вертикальна компонента хвиль (стиск/зсув)	Вузкосмуговість; залежність ефективності від кута падіння хвилі; технологічна простота реалізації

Висновки

Двовимірні періодичні фундаменти, ґрунтові метабар'єри та метаповерхні є перспективними засобами зменшення низькочастотних коливань у пов'язаній системі основи та споруди. Їхня робота спирається на дисперсійні ефекти періодичних середовищ і локально-резонансні механізми, що дозволяє формувати цільові смуги непропускання або зони загасання.

Огляд літератури показує, що інженерна ефективність визначається не лише наявністю розрахункової «забороненої зони», а й демпфуванням, скінченними розмірами масивів, контрастом параметрів

комірки та реалістичними граничними умовами. Тому для проектування потрібні моделі спільної роботи основи й надбудови та, за можливості, експериментальна верифікація.

Подальший розвиток напрямку пов'язаний із розширенням робочих смуг за рахунок багаторезонаторних і частково заглиблених систем, інтеграцією хвильового ефекту в несучі фундаменти та палі, а також із переходом до стійкого до невизначеностей проектування. Для практичного застосування у проєктах підсилення та модернізації інфраструктури особливо важливо формувати прозорі критерії ефективності, узгоджені з інженерними метриками коливань і надійності споруд.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Sigalas M. M., Economou E. N. Band structure of elastic waves in two-dimensional systems. *Solid State Communications*. 1993. Vol. 86 (3). Pp. 141–143. DOI: 10.1016/0038-1098(93)90888-T.
2. Kushwaha M. S., Halevi P., Dobrzynski L., Djafari-Rouhani B. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review Letters*. 1993. Vol. 71 (13). Pp. 2022–2025. DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.2022.
3. Liu Z., Zhang X., Mao Y. et al. Locally resonant sonic materials. *Science*. 2000. Vol. 289 (5485). Pp. 1734–1736. DOI: 10.1126/science.289.5485.1734.
4. Kadic M., Bückmann T., Schittny R., Wegener M. Metamaterials beyond electromagnetism. *Reports on Progress in Physics*. 2013. Vol. 76. P. 126501. DOI: 10.1088/0034-4885/76/12/126501.
5. Maldovan M. Sound and heat revolutions in phononics. *Nature*. 2013. Vol. 503. Pp. 209–217. DOI: 10.1038/nature12608.
6. Hussein M. I., Leamy M. J., Ruzzene M. Dynamics of Phononic Materials and Structures : Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook. *Applied Mechanics Reviews*. 2014. Vol. 66. P. 040802. DOI: 10.1115/1.4026911.
7. Brûlé S., Javelaud E. H., Enoch S., Guenneau S. Experiments on Seismic Metamaterials : Molding Surface Waves. *Physical Review Letters*. 2014. Vol. 112. P. 133901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.133901.
8. Aravantinos-Zafiris N., Sigalas M. M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015. Vol. 118. P. 064901. DOI: 10.1063/1.4928405.
9. Finocchio G., Casablanca O., Ricciardi G. et al. Seismic metamaterials based on isochronous mechanical oscillators. *Applied Physics Letters*. 2014. Vol. 104. P. 191903. DOI: 10.1063/1.4876961.
10. Brûlé S., Enoch S., Guenneau S. Emergence of seismic metamaterials : Current state and future perspectives. *Physics Letters A*. 2020. Vol. 384. P. 126034. DOI: 10.1016/j.physleta.2019.126034.
11. Brûlé S., Enoch S., Guenneau S. Past and future of seismic metamaterials. *Comptes Rendus Physique*. 2020. Vol. 21 (10). Pp. 983–992. DOI: 10.5802/crphys.39.
12. Mu D., Shu H., Zhao L., An S. A Review of Research on Seismic Metamaterials. *Advanced Engineering Materials*. 2020. Vol. 22 (5). P. 1901148. DOI: 10.1002/adem.201901148.
13. Varma T. V., Ungureanu B., Sarkar S. et al. The Influence of Clamping, Structure Geometry, and Material on Seismic Metamaterial Performance. *Frontiers in Materials*. 2021. Vol. 8. P. 603820. DOI: 10.3389/fmats.2021.603820.
14. Palermo A., Krödel S., Marzani A., Daraio C. Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves. *Scientific Reports*. 2016. Vol. 6. P. 39356. DOI: 10.1038/srep39356.
15. Palermo A., Vitali M., Marzani A. Metabarriers with multi-mass locally resonating units for broad band Rayleigh waves attenuation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018. Vol. 113. Pp. 265–277. DOI: 10.1016/j.soildyn.2018.05.035.
16. Muhammad Lim C. W., Žur K. K. Wide Rayleigh waves bandgap engineered metabarriers for ground borne vibration attenuation. *Engineering Structures*. 2021. Vol. 246. P. 113019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113019.
17. Colombi A., Craster R. V., Colquitt D. et al. Metabarriers and metafoundations : A review of the results and current challenges. *Journal of Sound and Vibration*. 2020. Vol. 485. P. 115537. DOI: 10.1016/j.jsv.2020.115537.
18. Colquitt D. J., Colombi A., Craster R. V. et al. Seismic metasurfaces : Sub-wavelength resonators and Rayleigh wave interaction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2017. Vol. 99. Pp. 379–393. DOI: 10.1016/j.jmps.2016.12.004.
19. Achaoui Y., Antonakakis T., Brûlé S. et al. Clamped seismic metamaterials: ultra-low frequency stop bands. *New Journal of Physics*. 2017. Vol. 19. P. 063022. DOI: 10.1088/1367-2630/aa6e21.
20. Colombi A., Roux P., Guenneau S., Gueguen P. Forests as a natural seismic metamaterial : Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances. *Scientific Reports*. 2016. Vol. 6. P. 19238. DOI: 10.1038/srep19238.
21. Li Y., Meng H., Zuo Y. et al. Seismic metamaterial barriers for ground vibration mitigation in railways considering the train – track – soil dynamic interactions. *Construction and Building Materials*. 2020. Vol. 251. P. 119936. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.119936.
22. Kaewunruen S., Martin V. Life cycle assessment of vibration mitigation methods in railway corridors. *Sustainability*. 2018. Vol. 10 (10). P. 3753. DOI: 10.3390/su10103753.
23. Kaewunruen S., Qin Y. Sustainability of vibration mitigation methods using meta-materials/structures along railway corridors exposed to adverse weather conditions. *Sustainability*. 2020. Vol. 12 (24). P. 10236. DOI: 10.3390/su122410236.
24. Muhammad Lim C. W., Reddy J. N. Built-up structural steel sections as seismic metamaterials for surface wave attenuation with low frequency wide bandgap in layered soil medium. *Engineering Structures*. 2019. Vol. 188. Pp. 440–451. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.03.046.
25. Xiang H.-J., Shi Z.-F., Wang S.-Y., Mo Y.-L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations: experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012. Vol. 21. P. 112003. DOI: 10.1088/0964-1726/21/11/112003.
26. Shi Z.-F., Huang X., Chen J. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014. Vol. 57. Pp. 143–151. DOI: 10.1016/j.soildyn.2013.11.009.
27. Yan Y., Laskar A., Cheng Z. Seismic isolation of two-dimensional periodic foundations. *Journal of Applied*

Physics. 2014. Vol. 116. P. 044908. DOI: 10.1063/1.4891837.

28. Sun F., Dai X., Shi Z. Seismic mitigation performance of periodic foundations with inertial amplification mechanism considering superstructure – foundation interaction. *Smart Materials and Structures*. 2021. Vol. 30. P. 035012. DOI: 10.1088/1361-665X/abd58e.

29. Mandal P., Somala S. N. Periodic pile-soil system as a barrier for seismic surface waves. *SN Applied Sciences*. 2020. Vol. 2. P. 1184. DOI: 10.1007/s42452-020-2969-8.

30. Casablanca O., Garesci F., Azzerboni B. et al. Periodic foundation piles for the seismic protection of structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024. Vol. 182. P. 108742. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108742.

31. Sun Z., Zhao M., Gao Z. et al. Seismic mitigation performance of a periodic foundation for nuclear power structures considering soil – structure interactions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024. Vol. 184. P. 108814. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108814.

32. Wang G., Wang C., Liang C. et al. Subwavelength partial-embedded seismic metamaterial with wide working frequency : Numerical simulation and experiment. *Engineering Structures*. 2025. Vol. 332. P. 120093. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120093.

33. Huang J.-K., Chen R., Zhang Z.-W. et al. Seismic metamaterials as foundations for buildings subjected to incident plane and bending waves : Simulation and experiment. *Engineering Structures*. 2025. Vol. 343. P. 121187. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.121187.

34. Askes H., Metrikine A. V. One-dimensional dynamically consistent gradient elasticity models derived from a discrete microstructure. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2002. Vol. 21 (4). Pp. 573–588. DOI: 10.1016/S0997-7538(02)01217-2.

35. Metrikine A. V. On causality of the gradient elasticity models. *Journal of Sound and Vibration*. 2006. Vol. 297. Pp. 727–742. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.04.017.

36. Askes H., Aifantis E. C. Gradient elasticity in statics and dynamics : An overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. Vol. 48. Pp. 1962–1990. DOI: 10.1016/j.ijstr.2011.03.006.

37. Volchok D., Danishevskyy V., Slobodianiuk S., Kuchyn I. Fuzzy sets application in the problems of structural mechanics and optimal design. *Acta Mechanica*. 2023. Vol. 234. Pp. 6191–6204. DOI: 10.1007/s00707-023-03713-0.

REFERENCES

1. Sigalas M.M. and Economou E.N. Band structure of elastic waves in two-dimensional systems. *Solid State Communications*. 1993, vol. 86 (3), pp. 141–143. DOI: 10.1016/0038-1098(93)90888-T.

2. Kushwaha M.S., Halevi P., Dobrzynski L. and Djafari-Rouhani B. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review Letters*. 1993, vol. 71 (13), pp. 2022–2025. DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.2022.

3. Liu Z., Zhang X., Mao Y. et al. Locally resonant sonic materials. *Science*. 2000, vol. 289 (5485), pp. 1734–1736. DOI: 10.1126/science.289.5485.1734.

4. Kadic M., Bückmann T., Schittny R. and Wegener M. Metamaterials beyond electromagnetism. *Reports on Progress in Physics*. 2013, vol. 76, p. 126501. DOI: 10.1088/0034-4885/76/12/126501.

5. Maldovan M. Sound and heat revolutions in phononics. *Nature*. 2013, vol. 503, pp. 209–217. DOI: 10.1038/nature12608.

6. Hussein M.I., Leamy M.J. and Ruzzene M. Dynamics of Phononic Materials and Structures : Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook. *Applied Mechanics Reviews*. 2014, vol. 66, p. 040802. DOI: 10.1115/1.4026911.

7. Brûlé S., Javelaud E.H., Enoch S. and Guenneau S. Experiments on Seismic Metamaterials : Molding Surface Waves. *Physical Review Letters*. 2014, vol. 112, p. 133901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.133901.

8. Aravantinos-Zafirios N. and Sigalas M.M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015, vol. 118, p. 064901. DOI: 10.1063/1.4928405.

9. Finocchio G., Casablanca O., Ricciardi G. et al. Seismic metamaterials based on isochronous mechanical oscillators. *Applied Physics Letters*. 2014, vol. 104, p. 191903. DOI: 10.1063/1.4876961.

10. Brûlé S., Enoch S. and Guenneau S. Emergence of seismic metamaterials : Current state and future perspectives. *Physics Letters A*. 2020, vol. 384, p. 126034. DOI: 10.1016/j.physleta.2019.126034.

11. Brûlé S., Enoch S. and Guenneau S. Past and future of seismic metamaterials. *Comptes Rendus Physique*. 2020, vol. 21 (10), pp. 983–992. DOI: 10.5802/crphys.39.

12. Mu D., Shu H., Zhao L. and An S. A Review of Research on Seismic Metamaterials. *Advanced Engineering Materials*. 2020, vol. 22 (5), p. 1901148. DOI: 10.1002/adem.201901148.

13. Varma V., Ungureanu B., Sarkar A. et al. The Influence of Clamping, Structure Geometry, and Material on Seismic Metamaterial Performance. *Frontiers in Materials*. 2021, vol. 8, p. 603820. DOI: 10.3389/fmats.2021.603820.

14. Palermo A., Krödel S., Marzani A. and Daraio C. Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves. *Scientific Reports*. 2016, vol. 6, p. 39356. DOI: 10.1038/srep39356.

15. Palermo A., Vitali M. and Marzani A. Metabarriers with multi-mass locally resonating units for broad band Rayleigh waves attenuation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018, vol. 113, pp. 265–277. DOI: 10.1016/j.soildyn.2018.05.035.

16. Muhammad Lim C.W. and Žur K.K. Wide Rayleigh waves bandgap engineered metabarriers for ground borne vibration attenuation. *Engineering Structures*. 2021, vol. 246, p. 113019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113019.
17. Colombi A., Craster R.V., Colquitt D. et al. Metabarriers and metafoundations : A review of the results and current challenges. *Journal of Sound and Vibration*. 2020, vol. 485, p. 115537. DOI: 10.1016/j.jsv.2020.115537.
18. Colquitt D.J., Colombi A., Craster R.V. et al. Seismic metasurfaces : Sub-wavelength resonators and Rayleigh wave interaction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2017, vol. 99, pp. 379–393. DOI: 10.1016/j.jmps.2016.12.004.
19. Achaoui Y., Antonakakis T., Brûlé S. et al. Clamped seismic metamaterials: ultra-low frequency stop bands. *New Journal of Physics*. 2017, vol. 19, p. 063022. DOI: 10.1088/1367-2630/aa6e21.
20. Colombi A., Roux P., Guenneau S. and Gueguen P. Forests as a natural seismic metamaterial : Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances. *Scientific Reports*. 2016, vol. 6, p. 19238. DOI: 10.1038/srep19238.
21. Li Y., Meng H., Zuo Y. et al. Seismic metamaterial barriers for ground vibration mitigation in railways considering the train – track – soil dynamic interactions. *Construction and Building Materials*. 2020, vol. 251, p. 119936. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.119936.
22. Kaewunruen S. and Martin V. Life cycle assessment of vibration mitigation methods in railway corridors. *Sustainability*. 2018, vol. 10 (10), p. 3753. DOI: 10.3390/su10103753.
23. Kaewunruen S. and Qin Y. Sustainability of vibration mitigation methods using meta-materials/structures along railway corridors exposed to adverse weather conditions. *Sustainability*. 2020, vol. 12 (24), p. 10236. DOI: 10.3390/su122410236.
24. Muhammad, Lim C.W. and Reddy J.N. Built-up structural steel sections as seismic metamaterials for surface wave attenuation with low frequency wide bandgap in layered soil medium. *Engineering Structures*. 2019, vol. 188, pp. 440–451. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.03.046.
25. Xiang H.-J., Shi Z.-F., Wang S.-Y. and Mo Y.-L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012, vol. 21, p. 112003. DOI: 10.1088/0964-1726/21/11/112003.
26. Shi Z.-F., Huang X. and Chen J. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014, vol. 57, pp. 143–151. DOI: 10.1016/j.soildyn.2013.11.009.
27. Yan Y., Laskar A. and Cheng Z. Seismic isolation of two-dimensional periodic foundations. *Journal of Applied Physics*. 2014, vol. 116, p. 044908. DOI: 10.1063/1.4891837.
28. Sun F., Dai X. and Shi Z. Seismic mitigation performance of periodic foundations with inertial amplification mechanism considering superstructure – foundation interaction. *Smart Materials and Structures*. 2021, vol. 30, p. 035012. DOI: 10.1088/1361-665X/abd58e.
29. Mandal P. and Somala S.N. Periodic pile-soil system as a barrier for seismic surface waves. *SN Applied Sciences*. 2020, vol. 2, p. 1184. DOI: 10.1007/s42452-020-2969-8.
30. Casablanca O., Garesci F., Azzeroni B. et al. Periodic foundation piles for the seismic protection of structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024, vol. 182, p. 108742. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108742.
31. Sun Z., Zhao M., Gao Z. et al. Seismic mitigation performance of a periodic foundation for nuclear power structures considering soil-structure interactions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024, vol. 184, p. 108814. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108814.
32. Wang G., Wang C., Liang C. et al. Subwavelength partial-embedded seismic metamaterial with wide working frequency : Numerical simulation and experiment. *Engineering Structures*. 2025, vol. 332, p. 120093. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120093.
33. Huang J.-K., Chen R., Zhang Z.-W. et al. Seismic metamaterials as foundations for buildings subjected to incident plane and bending waves : Simulation and experiment. *Engineering Structures*. 2025, vol. 343, p. 121187. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.121187.
34. Askes H. and Metrikine A.V. One-dimensional dynamically consistent gradient elasticity models derived from a discrete microstructure. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2002, vol. 21 (4), pp. 573–588. DOI: 10.1016/S0997-7538(02)01217-2.
35. Metrikine A.V. On causality of the gradient elasticity models. *Journal of Sound and Vibration*. 2006, vol. 297, pp. 727–742. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.04.017.
36. Askes H. and Aifantis E.C. Gradient elasticity in statics and dynamics : An overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results. *International Journal of Solids and Structures*. 2011, vol. 48, pp. 1962–1990. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.03.006.
37. Volchok D., Danishevskyy V., Slobodianiuk S. and Kuchyn I. Fuzzy sets application in the problems of structural mechanics and optimal design. *Acta Mechanica*. 2023, vol. 234, pp. 6191–6204. DOI: 10.1007/s00707-023-03713-0.

Надійшла до редакції: 29.01.2026.