

УДК 624.042.7:550.34

DOI: 10.30838/UJCEA.0333.270526.7.1238

ШАРУВАТІ БЕТОННО-ГУМОВІ КОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ ЗАХИСТУ БУДІВЕЛЬ ВІД ВІБРАЦІЙ ТА СЕЙСМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

БЕЗВЕРХИЙ Д. С., *асп.*

Кафедра будівельної механіки та металевих конструкцій, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (066) 152-67-98, e-mail: bezup.inc@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0001-0576-4152>

Анотація. У статті розглянуто актуальну проблему сейсмічного захисту будівель і інженерних споруд із особливим акцентом на використанні періодичних матеріалів для розроблення інноваційних систем сейсмоізоляції та віброзахисту. Зазначено, що традиційні рішення сейсмоізоляції, зокрема гумометалеві опори, мають низку обмежень, таких як значні відносні переміщення під час сильних сейсмічних впливів, можливе погіршення характеристик з часом, а також недостатня ефективність у вертикальному напрямку. Цей недолік є особливо критичним для об'єктів підвищеної відповідальності, зокрема конструкцій атомних електростанцій, де вертикальна складова сейсмічної дії суттєво впливає на безпеку споруди [1]. У статті досліджено потенціал періодичних матеріалів і інженерних конфігурацій фундаментів, здатних формувати заборонені зони для сейсмічних хвиль у визначених діапазонах частот, що дає змогу послаблювати або блокувати їх поширення в ґрунтовому масиві та фундаментній системі. Особливу увагу приділено проектуванню, чисельному моделюванню одновимірних і двовимірних періодичних фундаментів, а також оцінюванню їхньої роботи за різних сценаріїв збудження. Наведено результати випробувань на вібростендах і в польових умовах, які підтверджують ефективність таких систем у зниженні динамічних навантажень, амплітуд коливань та передавання енергії на надземні конструкції. **Мета статті** полягає у всебічному аналізі теоретичних, чисельних і експериментальних досліджень у галузі періодичних матеріалів для створення систем сейсмоізоляції, що потребують мінімального або взагалі не потребують постійного обслуговування та забезпечують суттєве зменшення відносних переміщень. Зокрема, дослідження зосереджене на верифікації базової теорії, уточненні ключових параметрів проектування та визначенні умов, за яких такі системи досягають максимальної ефективності в практичних застосуваннях. **Висновок.** Проведений аналіз підтверджує, що періодичні фундаменти є перспективним та ефективним підходом до зменшення пошкоджень конструкцій від сейсмічних збуджень. Отримані результати можуть бути використані для розроблення практичних рекомендацій, розрахункових методик і проектних настанов щодо впровадження цієї інноваційної технології в практику цивільного будівництва [2].

Ключові слова: сейсмічний захист; метаматеріали; фононний кристал; періодичні конструкції; заборонена зона; сейсмічне екранування; сейсмоізоляція

CONCRETE-RUBBER LAYERED STRUCTURES FOR THE PROTECTION OF BUILDINGS FROM VIBRATIONS AND SEISMIC LOADS

BEZVERKHYI D.S., *Postgrad. Stud.*

Department of Structural Mechanics and Metal Structures, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (066) 152-67-98, e-mail: bezup.inc@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0001-0576-4152>

Abstract. The article addresses the pressing problem of seismic protection for buildings and engineering structures, with a special emphasis on the use of periodic materials to develop innovative seismic isolation and vibration mitigation systems. It is noted that conventional seismic isolation solutions, including rubber – metal bearings, have several limitations, such as large relative displacements under strong ground motions, potential degradation over time, and insufficient effectiveness in the vertical direction. This shortcoming is particularly critical for high-responsibility facilities, including nuclear power plant structures, where vertical seismic components can significantly influence structural safety [1]. The article explores the potential of periodic materials and engineered foundation configurations capable of creating band gaps for seismic waves within specific frequency ranges, thereby attenuating or blocking their propagation through the soil and the foundation system. Special attention is devoted to the design, numerical modeling of one-dimensional and two-dimensional periodic foundations, as well as to evaluating their performance under different

excitation scenarios. The results of shake-table tests and field experiments are reviewed, confirming the effectiveness of such systems in reducing dynamic loads, vibration amplitudes, and energy transfer to superstructures. **The purpose of the article** is to provide a comprehensive analysis of theoretical, numerical, and experimental research on periodic materials aimed at developing seismic isolation systems that require minimal or no continuous maintenance while significantly reducing relative displacements. In particular, the study focuses on validating the underlying theory, refining key design parameters, and identifying the conditions under which these systems achieve maximum efficiency in practical applications. **Conclusion.** The analysis confirm that periodic foundations represent a promising and effective approach for mitigating structural damage caused by seismic excitations. The research findings can be used to develop practical recommendations, calculation procedures, and design guidelines for implementing this innovative technology in civil engineering practice [2].

Keywords: seismic protection; metamaterials; phononic crystal; periodic structures; band gap; seismic shielding; seismic isolation

Вступ. Інженери вже багато років досліджують проектування будівель і споруд, стійких до землетрусів, але досі не існує універсально визнаного методу сейсмічного проектування. Водночас традиційні підходи поступово замінюються новішими методологіями, які враховують пластичність елементів конструкції та важливість опору ковзанню під час проектування споруд, здатних витримувати динамічні навантаження, пов'язані із землетрусами. Для підвищення здатності споруди чинити опір землетрусу та зберігати працездатність запропоновано й упроваджено різні пасивні й активні системи. Одна зі стратегій полягає у застосуванні системи базової ізоляції, яка може змінювати власну частоту споруди та зменшувати її реакцію на прискорення [3-5].

Нещодавні дослідження у фізиці твердого тіла показали, що періодичні матеріали, або фононні кристали, можна спроектувати так, щоб вони утворювали заборонені частотні зони, які перешкоджають поширенню хвильової енергії крізь конструкцію, коли частотний вміст хвилі потрапляє в певний частотний діапазон. Цю ідею використали для розроблення нового методу сейсмічної базової ізоляції: як основу застосовують періодичний матеріал, щоб повністю блокувати або змінювати структуру сейсмічної енергії, що надходить до споруди. Такий підхід може бути особливо корисним для об'єктів, у яких розміщене обладнання, чутливе до вібрацій [2; 6].

У статті розглянуто одновимірний випадок – шарувату фундаментну систему з коміркою (елементарним осередком),

утвореною двома різними матеріалами, наприклад гумою та бетоном [7]. Ширину забороненої частотної зони в періодичному фундаменті досліджували методом Блоха-Флоке, а також виконали параметричне дослідження з метою отримати вужчу заборонену частотну зону [8]. Ці концепції застосували до сталевого каркаса на періодичному фундаменті й встановили, що за рахунок такого фундаменту вібрації можна суттєво послабити [3]. Якщо цей підхід виявиться практичним для цивільних споруд, він може мати значний вплив на економічні та безпекові аспекти будівництва [7].

Аналітичний розв'язок. Розглянемо одновимірну шарувату періодичну основу з почерговими шарами двох ізотропних матеріалів, розташованими так, як показано на рисунку 1.

Для заданої системи координат будь-які два сусідні шари утворюють елементарну комірку, інваріантну щодо трансляції вздовж напрямку поширення хвилі. Хвильовий процес у такому середовищі подамо у вигляді:

$$u = Ae^{i\omega t} e^{i\mu x}, \quad (1)$$

де ω - кутова частота хвилі, t - час, μ - хвильове число Блоха, x - просторова координата. Хвильове число пов'язане з довжиною хвилі L співвідношенням:

$$\mu = \frac{2\pi}{L}. \quad (2)$$

Хвильове число μ необхідне для опису дисперсійної залежності, яка пов'язує частоту ω з хвильовим числом μ . Саме

дисперсійна залежність визначає характер поширення хвиль у періодичній структурі та наявність заборонених частотних зон.

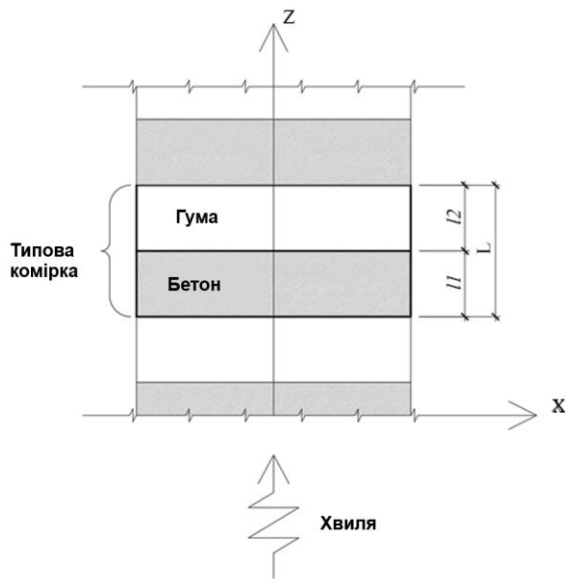


Рис. 1. Шаруватий композит

Рівняння (3) представляє реальну форму дисперсійної залежності для поперечної хвилі (S-хвилі) в неоднорідному періодичному середовищі. Воно виведене на основі хвильового рівняння (1) і періодичних граничних умов із застосуванням методу Флоке-Блоха [8]. Дисперсійна залежність пов'язує кутову частоту ω та хвильове число μ .

$$\cos(\mu l) = \cos(\mu^{(1)} l_1) \cos(\mu^{(2)} l_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{z^{(1)}}{z^{(2)}} + \frac{z^{(2)}}{z^{(1)}} \right) \sin(\mu^{(1)} l_1) \sin(\mu^{(2)} l_2) \quad (3)$$

де $z^{(1,2)} = \sqrt{E^{(1,2)} \rho^{(1,2)}}$ – імпеданс компонентів, $\mu^{(1,2)} = \omega \sqrt{\frac{\rho^{(1,2)}}{E^{(1,2)}}}$ – хвильове число, яке залежить від густини та модуля Юнга матеріалів, $l_{1,2}$ – товщини шарів.

Дисперсійна залежність показує, що Заборонена частотна зона виникає тоді, коли значення правої частини рівняння (3) виходить за межі інтервалу $[-1; 1]$. У такому разі хвильове число Блоха стає комплексним:

$$\mu = \mu_{\text{Re}} + i\mu_i, \quad (4)$$

де $\mu_{\text{Re}} = \text{Re}(\mu)$ – дійсна частина хвильового числа, $\mu_i = \text{Im}(\mu)$ – уявна частина хвильового числа.

Підставляючи (4) у (1), отримаємо:

$$u = A e^{-\mu_i x} e^{i\omega t} e^{i\mu_{\text{Re}} x}. \quad (5)$$

Із формули (5) видно, що множник $e^{-\mu_i x}$ описує експоненційне згасання амплітуди хвилі в просторі, тому μ_i є коефіцієнтом згасання. У смугах пропускання $\mu_i = 0$, і хвиля поширюється без експоненційного згасання. У заборонених частотних зонах $\mu_i > 0$; для хвилі, що згасає вздовж додатного напрямку осі x , приймають $\mu_i > 0$.

Таким чином, у забороненій частотній зоні хвиля не переносить енергію в режимі поширення, а згасає в просторі за експоненційним законом. Завдяки цьому періодична структура ефективно послаблює вібраційний вплив.

Розв'язуючи рівняння (3), можна отримати явний вираз для хвильового числа Блоха:

$$\mu = \frac{1}{l} \arccos \left(\cos(\mu^{(1)} l_1) \cos(\mu^{(2)} l_2) \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{z^{(1)}}{z^{(2)}} + \frac{z^{(2)}}{z^{(1)}} \right) \sin(\mu^{(1)} l_1) \sin(\mu^{(2)} l_2) \quad (6)$$

Вираз (6) дає змогу обчислювати μ для різних значень ω , будувати дисперсійні криві та визначати частотні інтервали заборонених зон у шаруватій періодичній структурі.

Властивості матеріалів. Після вивчення формул та методології вимірювань наступним кроком у дослідженні є порівняння двох обраних моделей. Основними параметрами для порівняння є властивості матеріалів та ширина комірки. Детальна інформація про ці характеристики наведена в таблиці 1.

Головна відмінність між обраними моделями полягає у різних значеннях модуля Юнга гуми, що є важливим параметром для визначення механічних властивостей моделі. Враховуючи інші характеристики, відзначено, що одна з моделей має більшу ширину комірки, що може впливати на

механічні властивості системи в цілому. Порівняння показало, що ширина комірки відіграє важливу роль у формуванні властивостей моделі, а поєднання бетону та

гуми забезпечує оптимальний рівень жорсткості та міцності, необхідний для практичного застосування у реальних умовах [3; 4; 9].

Таблиця 1

Характеристики матеріалів

Параметр	Модель 1	Модель 2
Густина бетону, кг/м ³	2 300	2 300
Модуль Юнга бетону, Па	3.14×10^{10}	3.14×10^{10}
Доля об'єму бетону	0.5	0.5
Густина гуми, кг/м ³	1 300	1 300
Модуль Юнга гуми, Па	5.8×10^5	1.4×10^5
Доля об'єму гуми	0.5	0.5
Ширина періодичної комірки, м	0.3	0.4

Числові результати. Наступний етап передбачає детальне порівняння результатів дослідження, виконаного аналітично та за допомогою програмного забезпечення. Для точнішого визначення оптимальної моделі для практичного застосування необхідно проаналізувати всі параметри та властивості кожної моделі. Результати порівняння допоможуть визначити найефективніший варіант, який може бути використаний у реальних будівельних проєктах.

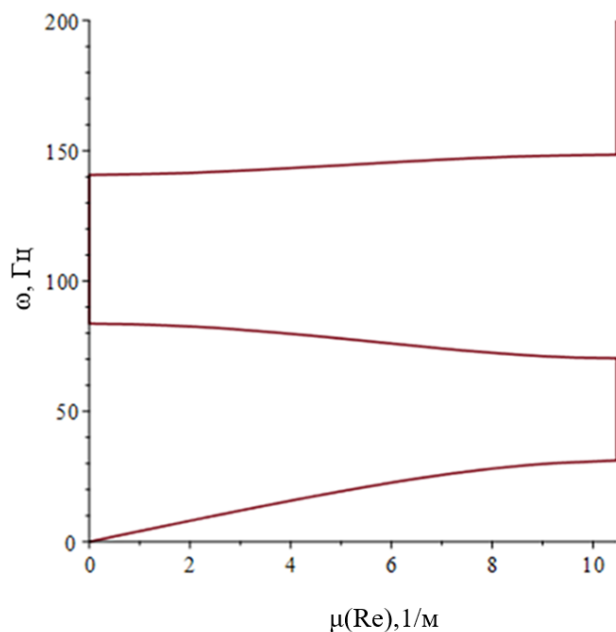


Рис. 2. Дисперсійна діаграма: нормалізована частота ω залежно від дійсної частини хвильового числа μ (Re), діапазон 0–200 Гц

Для числових розрахунків використовувалася система комп'ютерної алгебри Maple. Як перший приклад

розглянемо високо-контрастний композит, що складається з бетону (31,4 ГПа; 2 300 кг/м³) та гуми (0,58 МПа; 1 300 кг/м³). Дисперсійні криві та коефіцієнти затухання для частотних діапазонів 0–140 Гц і 0–12 000 Гц наведені на рисунках 2–4 відповідно. Спостерігається, що для Моделі 1, яка має більший модуль пружності та менший розмір комірки, виникають заборонені зони. Перша з них, показана на рисунку 2, розташована в частотному діапазоні від 30 до 70 Гц та від 85 до 140 Гц. Ці графіки дали змогу зрозуміти, як шаруваті структури поведуться за різних умов вібрації.

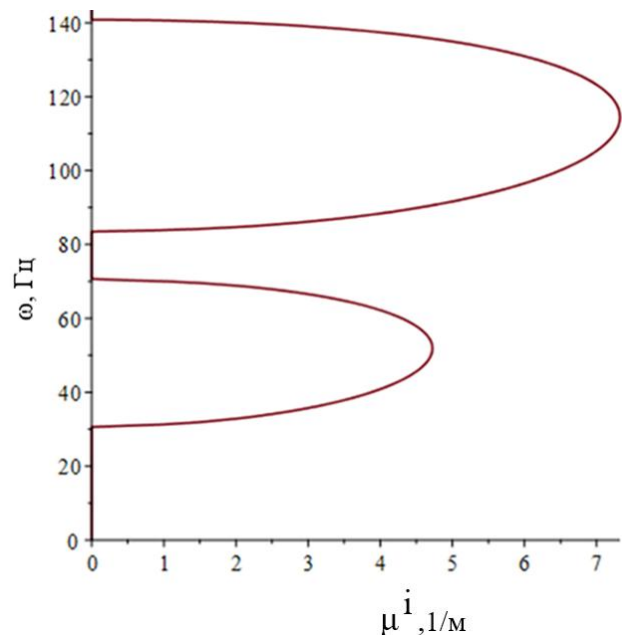


Рис. 3. Діаграма затухання: нормалізована частота ω залежно від коефіцієнта затухання (уявної частини хвильового числа μ^i), діапазон 0–140 Гц

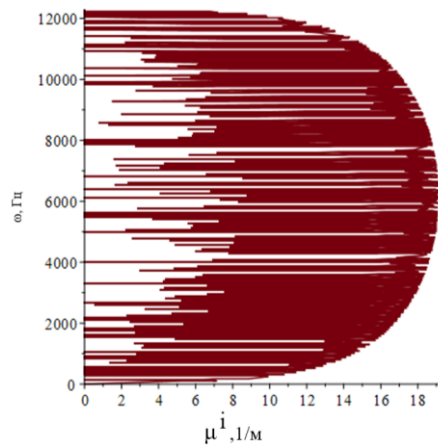


Рис. 4. Діаграма згасання: нормалізована частота ω залежно від коефіцієнта згасання (уявної частини хвильового числа μ^i), діапазон 0–12 000 Гц

Дослідження сейсмічних явищ має вирішальне значення для вивчення та прогнозування можливих наслідків, що можуть виникнути у разі їх прояву. У цьому контексті побудова моделей, які дозволяють відтворювати різні сейсмічні умови, є необхідною передумовою для отримання більш повного й точного розуміння поведінки гірських масивів під час землетрусу.

Модель 2, розроблена в межах нашого дослідження, ґрунтується на сейсмічному записі землетрусу, що стався в місті Оровілл, штат Каліфорнія, у 1975 році. Для відтворення зразка було використано дві сейсмограми – OROVILLE/D-DWR180 та OROVILLE/D-DWRDWN. Основна частота запису сейсмограми становила 18,1 Гц [10].

Більш детальне уявлення про поширення хвиль у низькочастотному діапазоні наведено на рисунках 5 і 6. На рисунку 5 подано дисперсійну діаграму, тобто залежність між частотою та дійсною частиною хвильового числа μ (Re). Ці ділянки відповідають зонам пропускання, у межах яких хвилі можуть поширюватися через періодичний фундамент. На рисунку 6 показано величину уявної частини хвильового числа μ^i , яка характеризує згасання. Там, де μ^i стає ненульовим, виникають зони заборони (заборонені зони), і амплітуда хвилі експоненційно зменшується з відстанню.

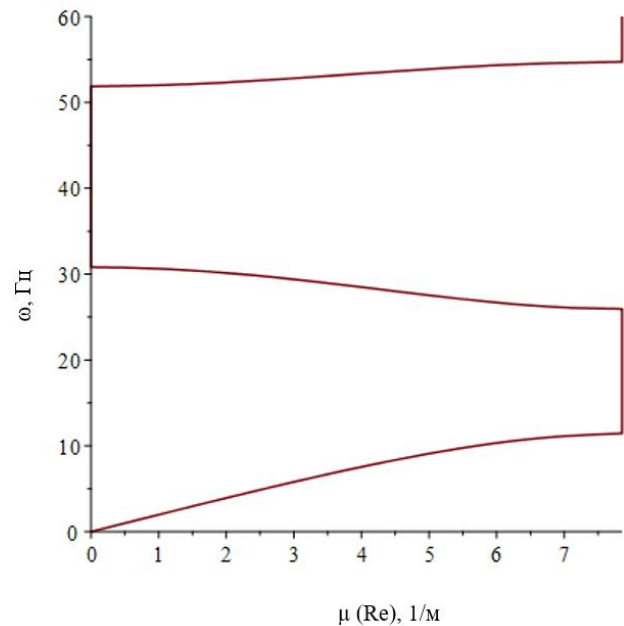


Рис. 5. Дисперсійна діаграма: нормалізована частота ω залежно від дійсної частини хвильового числа μ (Re), діапазон 0–60 Гц

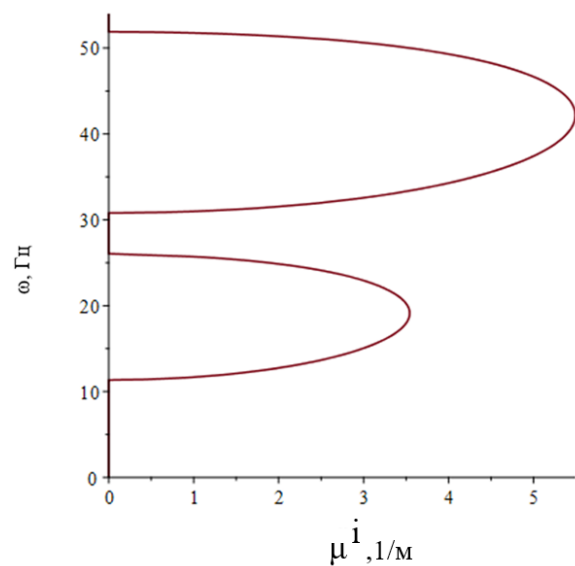


Рис. 6. Діаграма згасання: нормалізована частота ω залежно від коефіцієнта згасання (уявної частини хвильового числа μ^i), діапазон 0–55 Гц

Згідно з рисунком 6, виражені заборонені зони для розглянутої структури спостерігаються в частотних діапазонах 11–26 Гц і 31–52 Гц. Ці інтервали становлять особливий практичний інтерес, оскільки саме в них періодичний фундамент забезпечує найефективніше пригнічення вібрацій.

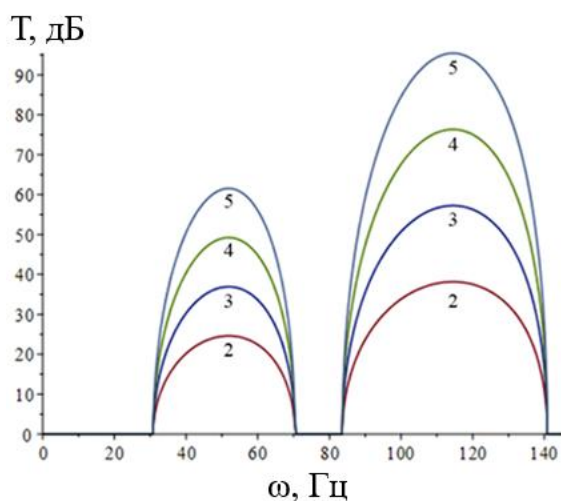
Ці графіки дають змогу зрозуміти, як шаруваті структури поведуться за різних сейсмічних умов. Зокрема, дисперсійна

діаграма дозволяє визначити, які глибинні шари матеріалу мають відмінні властивості, наприклад модуль пружності, що впливає на поширення хвиль.

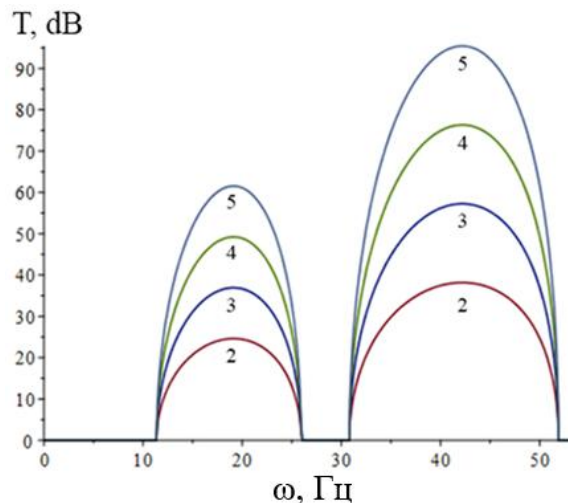
Важливо зазначити, що неоднорідні конструкції є одним із головних чинників, які визначають поведінку будівель під час землетрусу. Знання розподілу властивостей глибинних шарів матеріалу дає змогу розрахувати, як будівлі можуть коливатися та деформуватися під дією землетрусу, що дозволяє розробляти ефективні методи підвищення їхньої сейсмостійкості. Отже,

отримані результати є важливим кроком до забезпечення безпеки будівель під час землетрусів.

На рисунку 7 показано рівні затухання енергії сигналу залежно від частоти для моделей 1 (рис. 7, а) та 2 (рис. 7, б) відповідно. Числа біля кривих позначають кількість комірок періодичності. Можна зробити висновок, що шарувата конструкція лише з п'яти комірок забезпечує ефективний захист від динамічних впливів, зменшуючи енергію хвилі на розрахунковій частоті на 60 дБ (тобто в 10^6 разів) [7].



а) Модель 1



б) Модель 2

Рис. 7. Втрачені енергії на передачу за умов вібраційного впливу

Моделювання методом скінченних елементів. У двовимірній постановці розглядалася одна періодична комірка бетонно-гумової основи. Комірка складалася з двох шарів: нижнього гумового та верхнього бетонного, характеристики яких наведено в таблиці 1. Розрахунки виконано в межах двовимірної моделі механіки твердого тіла, тому вважається, що елементарна комірка нескінченно протяжна в напрямку, перпендикулярному до площини моделі.

Особливу увагу приділено граничним умовам – введено дві окремі умови типу «Periodic Condition». На вертикальних бокових межах комірки (ліва і права грані) застосовано стандартну умову періодичності з нульовим фазовим зсувом. У COMSOL це реалізовано як періодичність Флоке з компонентами k -вектора, рівними нулю в напрямках x і y . Такі межі забезпечують

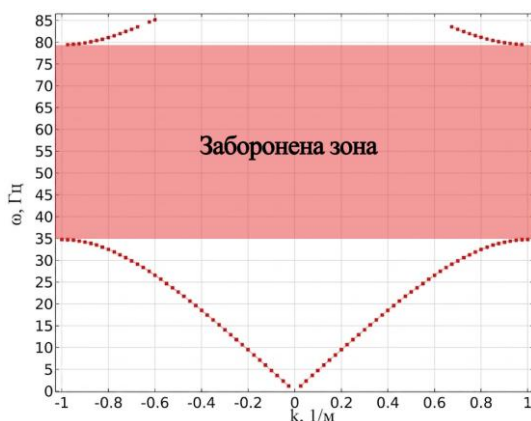
однаковість переміщень і напружень по обидва боки, тому комірка періодично повторюється в горизонтальному напрямку без поширення хвилі вздовж осі X .

На горизонтальних межах (верхня та нижня грані) накладено періодичність Флоке з ненульовим фазовим зсувом. У цьому випадку k -вектор має нульову x -компоненту та змінну y -компоненту k_y , яку задано як глобальний параметр. Фізично це означає, що переміщення та напруження на верхній межі дорівнюють відповідним величинам на нижній межі, помноженим на комплексний фазовий множник, який відповідає хвилі, що поширюється вертикально через нескінченний пакет однакових комірок. У дослідженні типу «Eigenfrequency» виконується параметричний прогін за k_y від нуля до межі першої зони Бріллюена, і для кожного

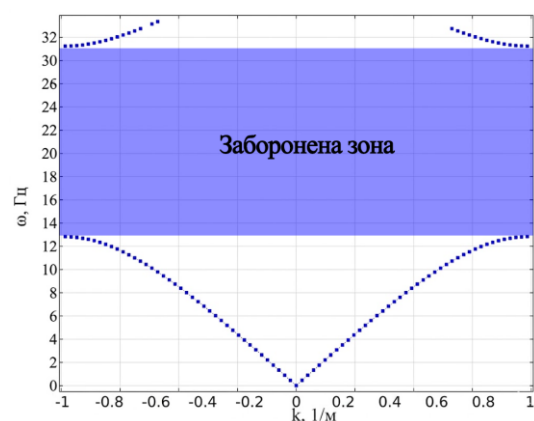
значення k обчислюються власні частоти комірки. Дисперсійні криві будуються як залежність частоти від безрозмірного параметра k (a/π) в інтервалі від -1 до 1 , де a - ширина комірки.

Аналітичний розв'язок у Maple ґрунтується на одновимірній моделі поширення поздовжньої (S) хвилі в шаруватому періодичному середовищі. Використовуючи класичну матричну форму дисперсійного співвідношення для двошарової комірки, хвильове число в періодичному середовищі обчислюється як

функція частоти. Заборонені зони визначаються як частотні інтервали, у яких число Блоха стає комплексним, що відповідає експоненційному затуханню хвилі всередині періодичної основи. Для Моделі 1 аналітична модель прогнозує дві заборонені зони для Р-хвиль приблизно в діапазоні 35–80 Гц (рис. 8, а). Для Моделі 2, через менший модуль пружності гуми та більший період, перші дві заборонені зони зміщуються до нижчих частот – орієнтовно 12–30 Гц (рис. 8, б).



а) Модель 1



б) Модель 2

Рис. 8. Дисперсійні криві двовимірного періодичного фундаменту в COMSOL

Для обох моделей пікові значення заблокованих частот збігаються; зміщення нижньої та верхньої меж становить приблизно 10–15 %, що є прийнятним з огляду на те, що COMSOL розв'язує повну двовимірну задачу теорії пружності, тоді як модель у Maple є строго одновимірною.

Висновки

На основі наведених у дослідженні результатів встановлено, що шаруваті бетонно-гумові структури ефективно зменшують енергію хвиль і забезпечують захист від динамічних впливів, демонструючи високу здатність оберігати будівлі від вібрацій і сейсмічних навантажень. Показано, що шарувата конструкція лише з п'яти комірок може знизити енергію хвилі на розрахунковій частоті на 60 дБ, що еквівалентно зменшенню у 10^6 разів.

Порівняння двох моделей підкреслило важливість таких параметрів, як властивості матеріалів і ширина комірки, у формуванні механічних характеристик конструкцій. Результати дослідження також містять дисперсійні діаграми та коефіцієнти затухання, які демонструють наявність заборонених зон у певних частотних діапазонах, що є ключовим для розуміння поведінки шаруватих структур за різних умов вібрації.

Моделі в COMSOL із періодичними граничними умовами Блоха – Флоке відтворюють структуру заборонених зон, передбачену аналітичним розв'язком у Maple, для обох наборів параметрів. Розташування заборонених зон для поздовжніх хвиль у числовій моделі збігається з аналітичними інтервалами з похибкою в межах кількох відсотків, при цьому загальна картина зон пропускання та

заборонених зон є однаковою. Залишкові відмінності пояснюються спрощеннями одновимірної аналітичної постановки порівняно з повною двовимірною пружною моделлю, у якій повністю враховано зв'язок поздовжніх і поперечних деформацій та реальний напружений стан шарів.

Загалом отримані результати свідчать, що шаруваті бетонно-гумові структури мають потенціал підвищення сейсмостійкості та ефективності віброізоляції будівель,

відкриваючи перспективи для інноваційних підходів у проектуванні конструкцій і підборі матеріалів.

Подяка. Ця робота підтримана Європейською Комісією в межах проєкту HORIZON 2020 «Effective Factorisation techniques for matrix-functions: Developing theory, numerical methods and impactful applications», угода про грант ID: 101008140.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Mir F. U. H., Yu C.-C., Carmichael B. M., Chisholm B. M., Redd J., Talaat M. M., Bolisetti C. & Whittaker A. S. Guidelines for Implementing Seismic Base Isolation in Advanced Nuclear Reactors – Revision 01. Technical Report MCEER-24-0001 (University at Buffalo, MCEER). Originally published : June 14, 2024. Revision 01. Publication Date: March 7, 2025.
2. Masoom M. N., Karim Q. ul Ain, Badar I., Khushnood R. A., Najam F. A. & Naseer A. Development of a new base isolation system using the concept of metamaterials. *Engineering Structures*. Vol. 286. Article 116151 (1 July 2023). doi: [10.1016/j.engstruct.2023.116151](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116151).
3. Xiang H. J., Shi Z. F., Wang S. J. & Mo Y. L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012. Vol. 21. Pp. 112003-1–112003-10.
4. Shi Z., Cheng Z. & Xiang H. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014. Vol. 57. Pp. 143–151.
5. Aravantinos-Zafiris N. & Sigalas M. M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015. Vol. 118. Pp. 064901-1– 064901-6.
6. Muhammad & Lim C. W. From Photonic Crystals to Seismic Metamaterials : a Review via Phononic Crystals and Acoustic Metamaterials. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2022. Vol. 29. Pp. 1137–1198. Published: 15 June 2021. doi: [10.1007/s11831-021-09612-8](https://doi.org/10.1007/s11831-021-09612-8).
7. Zhao C., Zeng C., Huang H., Dai J., Bai W., Wang J. & Mo Y. L. Preliminary study on the periodic base isolation effectiveness and experimental validation. *Engineering Structures*. Vol. 226. Article 111364 (1 January 2021). doi: [10.1016/j.engstruct.2020.111364](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111364).
8. Andrianov I. V., Awrejcewicz J., Danishevskyy V. V. Linear and Nonlinear Waves in Microstructured Solids : Homogenization and Asymptotic Approaches. Boca Raton : CRC Press, 2021. 250 p.
9. Wu Q., Xu Z., Xu P., Zeng W., Chen X. Optimal design for rubber concrete layered periodic foundations based on the analytical approximations of band gaps and mapping relations. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. 2024. Vol. 23. Pp. 593–608. Published: 13 July 2024. doi: [10.1007/s11803-024-2259-3](https://doi.org/10.1007/s11803-024-2259-3).
10. PEER Ground Motion Database. URL: <https://peer.berkeley.edu/peer-strong-ground-motion-databases>.

REFERENCES

1. Mir F.U.H., Yu C.-C., Carmichael B.M., Chisholm B.M., Redd J., Talaat M.M., Bolisetti C. and Whittaker A.S. Guidelines for Implementing Seismic Base Isolation in Advanced Nuclear Reactors – Revision 01. Technical Report MCEER-24-0001 (University at Buffalo, MCEER). Originally published: June 14, 2024. Revision 01. Publication Date: March 7, 2025.
2. Masoom M.N., Karim Q. ul Ain, Badar I., Khushnood R.A., Najam F.A. and Naseer A. Development of a new base isolation system using the concept of metamaterials. *Engineering Structures*. Vol. 286, article 116151 (1 July 2023). doi: [10.1016/j.engstruct.2023.116151](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116151).
3. Xiang H.J., Shi Z.F., Wang S.J. and Mo Y.L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012, vol. 21, pp. 112003-1–112003-10.
4. Shi Z., Cheng Z. and Xiang H. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014, vol. 57, pp. 143–151.
5. Aravantinos-Zafiris N. and Sigalas M.M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015, vol. 118, pp. 064901-1– 064901-6.
6. Muhammad and Lim C.W. From Photonic Crystals to Seismic Metamaterials : a Review via Phononic Crystals and Acoustic Metamaterials. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2022, vol. 29, pp. 1137–1198.

Published: 15 June 2021. [doi: 10.1007/s11831-021-09612-8](https://doi.org/10.1007/s11831-021-09612-8).

7. Zhao C., Zeng C., Huang H., Dai J., Bai W., Wang J. and Mo Y.L. Preliminary study on the periodic base isolation effectiveness and experimental validation. *Engineering Structures*. Vol. 226, article 111364 (1 January 2021). [doi: 10.1016/j.engstruct.2020.111364](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111364).

8. Andrianov I.V., Awrejcewicz J. and Danishevskyy V.V. *Linear and Nonlinear Waves in Microstructured Solids: Homogenization and Asymptotic Approaches*. Boca Raton : CRC Press, 2021, 250 p.

9. Wu Q., Xu Z., Xu P., Zeng W. and Chen X. Optimal design for rubber concrete layered periodic foundations based on the analytical approximations of band gaps and mapping relations. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. 2024, vol. 23, pp. 593–608. Published: 13 July 2024. [doi: 10.1007/s11803-024-2259-3](https://doi.org/10.1007/s11803-024-2259-3).

10. PEER Ground Motion Database. URL: <https://peer.berkeley.edu/peer-strong-ground-motion-databases>

Надійшла до редакції: 10.03.2026.

Прийнято після рецензування: 11.05.2026.

Дата публікації: 29.05.2026.