

УДК 624.15:624.042.7

DOI: 10.30838/UJCEA.0333.270526.62.1243

ДВОВИМІРНІ БЕТОННО-ГУМОВІ ПЕРІОДИЧНІ КОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ ЗАХИСТУ БУДІВЕЛЬ ВІД ВІБРАЦІЙ ТА СЕЙСМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

ДАНІШЕВСЬКИЙ В. В.^{1*}, *докт. техн. наук, проф.*,
КУЧИН І. О.², *асп.*

^{1*} Кафедра будівельної механіки та металевих конструкцій, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 756-33-13, e-mail: vladyslav.danishevskyy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3049-4721>

² Кафедра будівельної механіки та металевих конструкцій, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (063) 691-48-11, e-mail: illiakuchyn@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6627-6315>

Анотація. У статті розглянуто проблему захисту будівель і споруд від вібраційних та сейсмічних впливів за допомогою періодичних бетонно-гумових структур, здатних формувати заборонені зони для пружних хвиль у заданих частотних діапазонах. Актуальність дослідження зумовлена потребою створення фундаментних систем, які забезпечують ефективне послаблення динамічних навантажень без істотного ускладнення конструктивної схеми та можуть бути використані в інженерній практиці для задач віброзахисту й сейсмоізоляції. Досліджено дві двовимірні бетонно-гумові періодичні конструкції: двошарову та тришарову з важким внутрішнім ядром. Чисельне моделювання виконано методом скінченних елементів у межах плоскої задачі теорії пружності з використанням умов періодичності Флоке-Блоха. Для обох конфігурацій визначено межі першої повної забороненої зони та простежено їх зміну залежно від площової частки включення. Показано, що збільшення частки включення приводить до зниження нижньої межі забороненої зони, однак одночасно супроводжується зменшенням її ширини. Установлено, що двошарова конструкція формує ширшу заборонену зону, тоді як тришарова конфігурація забезпечує зміщення робочого частотного діапазону в нижчу область. Отримані результати підтверджують перспективність двовимірних бетонно-гумових періодичних конструкцій для задач віброзахисту та сейсмоізоляції фундаментних систем. **Мета статті** полягає у чисельному дослідженні та порівняльному аналізі двошарової і тришарової двовимірних бетонно-гумових періодичних конструкцій з метою встановлення впливу їхньої геометрії на положення та ширину першої повної забороненої зони, а також у визначенні конфігурацій, найбільш перспективних для задач віброзахисту та сейсмоізоляції будівель. **Висновок.** Проведене дослідження показало, що двошарова і тришарова бетонно-гумові періодичні конструкції реалізують різні механізми формування ефективного робочого діапазону: двошарова конфігурація є доцільнішою у випадках, коли пріоритетом є ширина забороненої зони, тоді як тришарова – коли необхідно знизити нижню межу частотного відсікання. Отримані результати можуть бути використані як основа для подальшого проектування періодичних віброзахисних і сейсмоізоляційних фундаментних систем.

Ключові слова: *періодичні структури; бетонно-гумові конструкції; заборонена зона; віброзахист; сейсмоізоляція; метод скінченних елементів; умови Флоке-Блоха*

TWO-DIMENSIONAL CONCRETE-RUBBER PERIODIC STRUCTURES FOR THE PROTECTION OF BUILDINGS AGAINST VIBRATION AND SEISMIC LOADS

DANISHEVSKYY V.V. ^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
KUCHYN I.O.², *Postgrad. Stud.*

^{1*} Department of Structural Mechanics and Metal Structures, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (056) 756-33-13, e-mail: vladyslav.danishevskyy@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3049-4721>

² Department of Structural Mechanics and Metal Structures, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (063) 691-48-11, e-mail: illiakuchyn@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6627-6315>

Abstract. The article addresses the problem of protecting buildings and structures from vibration and seismic impacts by means of periodic concrete-rubber systems capable of forming band gaps for elastic waves within prescribed frequency ranges. The relevance of the study is associated with the need to develop foundation systems that can effectively attenuate dynamic loads without significant structural complication and can be applied in engineering practice for vibration mitigation and seismic isolation. Two types of two-dimensional concrete-rubber periodic structures are investigated: a two-layer structure and a three-layer structure with a heavy internal core. Numerical modeling is performed using the finite element method within a plane elasticity formulation with Floquet-Bloch periodic conditions. For both configurations, the boundaries of the first complete band gap are determined and their variation with the areal inclusion fraction is analyzed. It is shown that increasing the inclusion fraction leads to a reduction in the lower band-gap boundary, but at the same time results in a decrease in the band-gap width. It is established that the two-layer structure provides a wider band gap, whereas the three-layer configuration shifts the operating frequency range to lower values. The obtained results confirm the potential of two-dimensional concrete-rubber periodic structures for vibration protection and seismic isolation of foundation systems. *The purpose of the article* is to carry out a numerical study and comparative analysis of two-layer and three-layer two-dimensional concrete-rubber periodic structures in order to determine the influence of their geometry on the position and width of the first complete band gap, as well as to identify the configurations that are most promising for vibration protection and seismic isolation of buildings. **Conclusion.** The conducted study has shown that two-layer and three-layer concrete-rubber periodic structures realize different mechanisms of forming an effective operating frequency range: the two-layer configuration is more appropriate when the priority is the width of the band gap, whereas the three-layer one is preferable when it is necessary to decrease the lower cut-off frequency. The obtained results may serve as a basis for the further design of periodic vibration-protective and seismic isolation foundation systems.

Keywords: *periodic structures; concrete-rubber structures; band gap; vibration protection; seismic isolation; finite element method; Floquet-Bloch conditions*

Вступ. Підвищення ефективності систем віброзахисту та сейсмоізоляції будівель залишається актуальною задачею будівельної механіки. Класичні рішення, зокрема гумометалеві опори та інші традиційні ізолятори, добре працюють у певних діапазонах навантаження, однак не завжди дозволяють цілеспрямовано керувати передаванням хвильової енергії в заданих частотних інтервалах [1]. У зв'язку з цим упродовж останніх років активно розвивається підхід, заснований на використанні періодичних матеріалів і метаматеріалів у фундаментних системах [2–5].

Для періодичних структур характерною є поява заборонених зон – частотних інтервалів, у межах яких поширення пружних хвиль різко послаблюється або практично блокується. Цю ідею вже застосовували до шаруватих періодичних фундаментів, локально-резонансних систем і експериментальних зразків для віброзахисту та сейсмічної ізоляції [2; 3; 6; 7]. Разом із тим для інженерної практики важливим залишається питання про те, як саме геометрія комірки періодичності двовимірної неоднорідної конструкції впливає на положення першої забороненої зони та її ширину.

У цій роботі розглянуто дві двовимірні бетонно-гумові періодичні конструкції: двошарову, що складається з бетонної матриці та гумового включення, і тришарову, у якій до гумового шару додано важке внутрішнє ядро. Такий вибір дозволяє не лише оцінити вплив площової частки включення, а й порівняти дві архітектури, орієнтовані на різні інженерні цілі: формування ширшої забороненої зони або зміщення робочого частотного діапазону в нижчу область. Окремо слід підкреслити, що сучасні дослідження з параметричної оптимізації бетонно-гумових періодичних фундаментів підтверджують важливість саме геометричних факторів у керуванні частотним спектром [8; 9].

Постановка задачі та чисельна модель. Об'єктом дослідження є двовимірний неоднорідний періодичний фундаментного типу в межах плоскої задачі теорії пружності. Для її опису використано елементарну комірку періодичності, що дозволяє звести нескінченну періодичну систему до однієї характерної області розрахунку на основі умов періодичності Флоке-Блоха. Чисельне моделювання виконано методом скінченних елементів у програмному середовищі COMSOL Multiphysics, а спектральний аналіз

проведено в межах першої зони Бріллоуена [5; 7].

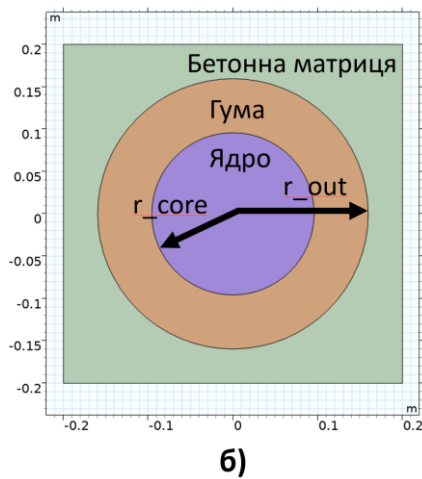
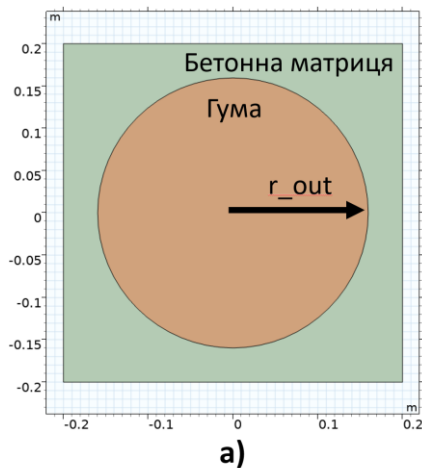


Рис. 1. Комірки періодичності двошарової (а) та тришарової (б) двовимірних неоднорідних бетонно-гумових конструкцій

У двошаровій конструкції геометрія комірки періодичності задається стороною бетонної матриці a_{total} і радіусом гумового включення r_{out} . У тришаровій конструкції додатково вводиться радіус внутрішнього ядра r_{core} . Керуючим параметром є площа частка включення, яка визначається співвідношенням $f_{area} = \pi \cdot r_{out}^2 / a_{total}^2$. Для тришарової моделі співвідношення між радіусом ядра і товщиною гумового кільця задається безрозмірним параметром $\beta = r_{core} / (r_{out} - r_{core}) = 1.5$. Такий підхід дозволяє порівнювати конструкції в єдиній параметричній постановці без зайвого розширення простору змінних [7; 8].

У розрахунках використовувалися такі фізико-механічні характеристики матеріалів: для бетону – густина $2\ 300\ \text{кг/м}^3$, модуль

Юнга $3.14 \times 10^{10}\ \text{Па}$ та коефіцієнт Пуассона 0.33 ; для гуми – густина $1\ 300\ \text{кг/м}^3$, модуль Юнга $1.4 \times 10^5\ \text{Па}$ та коефіцієнт Пуассона 0.463 ; для важкого внутрішнього ядра – густина $7\ 850\ \text{кг/м}^3$, модуль Юнга $2.05 \times 10^{11}\ \text{Па}$ та коефіцієнт Пуассона 0.28 . Базовий розмір комірки періодичності прийнято $a_{total} = 0.4\ \text{м}$.

Для кожного значення f_{area} обчислювалися власні частоти, після чого визначалися нижня межа, верхня межа та ширина першої повної забороненої зони. У подальшому аналізі основну увагу приділено порівнянню двох конфігурацій за цими трьома характеристиками. Такий вибір дозволяє перейти від формального опису дисперсійного спектра до практично значущих показників, які безпосередньо пов'язані з можливістю використання періодичних фундаментів у задачах віброзахисту та сейсмоізоляції [3; 6; 10].

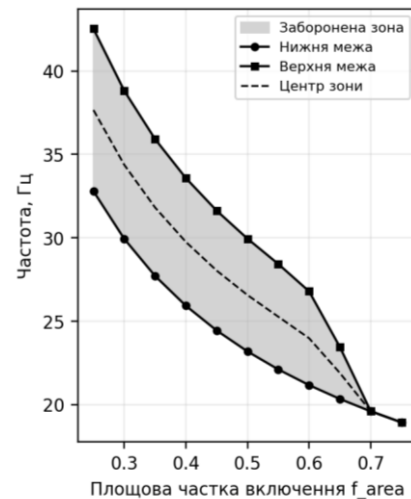


Рис. 2. Межі першої повної забороненої зони для двошарової бетонно-гумової конструкції

Результати чисельного дослідження.

На рисунку 2 наведено зміну меж першої повної забороненої зони для двошарової конструкції залежно від площової частки включення. Отримані результати показують, що зі збільшенням f_{area} нижня межа зони зміщується в область менших частот, однак це супроводжується поступовим зменшенням її ширини. Таким чином, для двошарової конструкції спостерігається типовий компроміс між шириною

забороненої зони та її частотним положенням.

Аналогічна залежність для тришарової конструкції показана на рисунку 3. Додавання важкого внутрішнього ядра призводить до суттєвого зниження нижньої межі забороненої зони в усьому дослідженому діапазоні f_{area} . Водночас ширина зони для тришарової конфігурації виявляється меншою, ніж для двошарової, що свідчить про інший механізм формування робочого частотного діапазону.

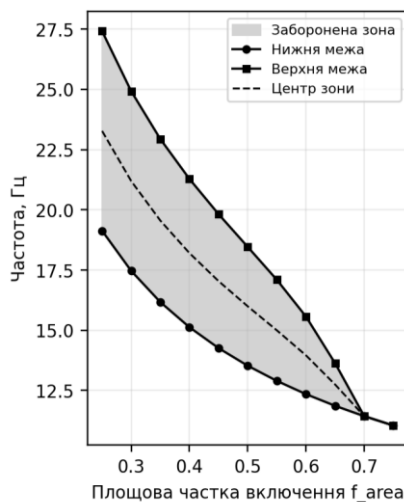


Рис. 3. Межі першої повної забороненої зони для тришарової бетонно-гумової конструкції

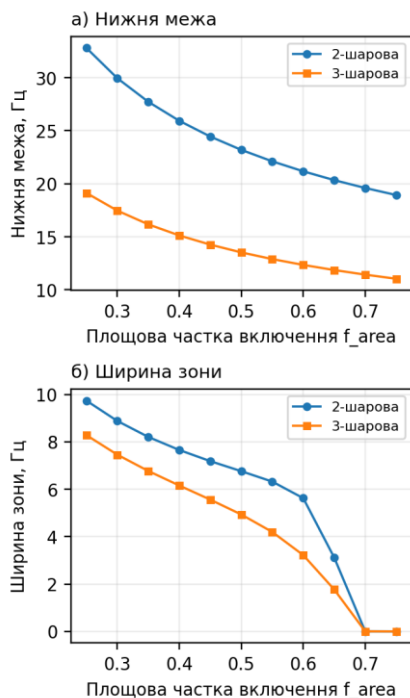


Рис. 4. Порівняння параметрів першої забороненої зони: а – нижня межа; б – ширина

Порівняння двох моделей за нижньою межею та шириною забороненої зони наведено на рисунку 4. З рисунку 4, а видно, що перехід від двошарової до тришарової конструкції зміщує всі розглянуті режими в область нижчих частот. Разом із тим рисунок 4, б демонструє, що двошарова конфігурація практично в усьому діапазоні f_{area} забезпечує більшу ширину першої повної забороненої зони. Отже, дві архітектури не є взаємозамінними: вибір між ними повинен визначатися інженерним пріоритетом.

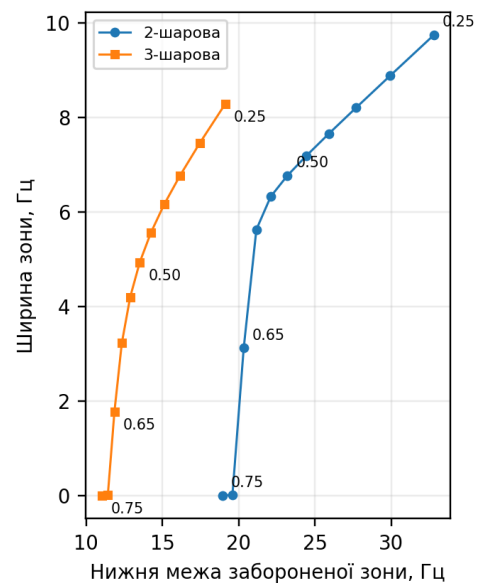


Рис. 5. Компроміс між нижньою межею та шириною першої повної забороненої зони

Для наочнішої оцінки компромісу між двома основними критеріями на рисунку 5 побудовано залежність ширини забороненої зони від її нижньої межі. Кожна точка відповідає окремому значенню f_{area} . З цього рисунку видно, що перехід від двошарової до тришарової конструкції зміщує точки в область нижчих частот, але супроводжується зменшенням ширини забороненої зони. У результаті двошарова конфігурація є доцільнішою для задач, у яких необхідно забезпечити ширший робочий діапазон пригнічення хвиль, тоді як тришарова – для випадків, коли першочерговим є зниження частотної межі відсікання.

Узагальнюючи отримані результати, можна зазначити, що збільшення площової

частки включення в обох моделях сприяє зміщенню першої забороненої зони до нижчих частот, але не супроводжується зростанням її ширини. Для двошарової конструкції цей ефект проявляється у вигляді відносно широкої, але вищої за частотою зони, тоді як тришарова система з важким ядром формує нижчий робочий діапазон ціною його звуження. Такий результат не означає абсолютної переваги однієї конфігурації над іншою, а вказує на необхідність підбору архітектури періодичної конструкції відповідно до цільового частотного діапазону та вимог до ширини зони пригнічення хвиль

Висновки

Проведене чисельне дослідження двошарової і тришарової двовимірних бетонно-гумових періодичних конструкцій показало, що обидві конфігурації здатні формувати першу повну заборонену зону в низькочастотному діапазоні, проте характер її зміни залежно від площової частки включення для них є різним. Для обох моделей збільшення f_area приводить до

зниження нижньої межі забороненої зони, однак одночасно супроводжується зменшенням її ширини. Установлено, що двошарова конструкція доцільніша у випадках, коли головним критерієм є ширина першої повної забороненої зони, тоді як тришарова конструкція з важким внутрішнім ядром є ефективнішою, коли необхідно змістити робочий частотний діапазон у нижчу область. Таким чином, розглянуті архітектури реалізують два різні підходи до керування хвильовими властивостями періодичного фундаменту. Отримані результати можуть слугувати основою для подальшого проектування двовимірних віброзахисних і сейсмоізоляційних фундаментних систем, а також для наступних досліджень, пов'язаних із розширенням геометричних параметрів і переходом до просторових моделей.

Подяка. Ця робота підтримана Європейською Комісією в межах проекту HORIZON 2020 «Effective Factorisation techniques for matrix-functions: Developing theory, numerical methods and impactful applications», угода про грант ID: 101008140.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ghafar W. A., Zhong T., Lai Z., Pingle Z., Yang Y. & Hasan M. M. Seismic isolation for existing structures : a review of retrofitting techniques, case studies, and trends. *Discover Civil Engineering*. 2025. Vol. 2. Article 137. DOI: 10.1007/s44290-025-00300-1.
2. Xiang H. J., Shi Z. F., Wang S. J. & Mo Y. L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012. Vol. 21. № 11. Article 112003. DOI: 10.1088/0964-1726/21/11/112003.
3. Shi Z., Cheng Z. & Xiang H. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014. Vol. 57. Pp. 143–151. DOI: 10.1016/j.soildyn.2013.11.009.
4. Aravantinos-Zafiris N. & Sigalas M. M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015. Vol. 118, № 6. Article 064901. DOI: 10.1063/1.4928405.
5. Gupta A., Sharma R., Thakur A. & Gulia P. Metamaterial foundation for seismic wave attenuation for low and wide frequency band. *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. Article 2293. DOI: 10.1038/s41598-023-27678-1.
6. Zhao C., Zeng C., Huang H., Dai J., Bai W., Wang J. & Mo Y. L. Preliminary study on the periodic base isolation effectiveness and experimental validation. *Engineering Structures*. 2021. Vol. 226. Article 111364. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.111364.
7. Masoom M. N., Karim Q. ul Ain, Badar I., Khushnood R. A., Najam F. A. & Naseer A. Development of a new base isolation system using the concept of metamaterials. *Engineering Structures*. 2023. Vol. 286. Article 116151. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116151.
8. Wu Q., Xu Z., Xu P., Zeng W. & Chen X. Optimal design for rubber concrete layered periodic foundations based on the analytical approximations of band gaps and mapping relations. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. 2024. Vol. 23. Pp. 593–608. DOI: 10.1007/s11803-024-2259-3.
9. Muhammad & Lim C. W. From Photonic Crystals to Seismic Metamaterials: A Review via Phononic Crystals and Acoustic Metamaterials. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2022. Vol. 29, № 2. Pp. 1137–1198. DOI: 10.1007/s11831-021-09612-8.
10. Oz M. F., Kumbasaroglu A., Yalciner H., Korozlu N., Babacan Y., Cimilli Çatır F. E. & Sayarcan D. Experimental Investigation of Metamaterial-Inspired Periodic Foundation Systems with Embedded Piezoelectric Layers for Seismic Vibration Attenuation. *Buildings*. 2025. Vol. 15, № 24. Article 4399. DOI: 10.3390/buildings15244399.

REFERENCES

1. Ghafar W.A., Zhong T., Lai Z., Pingle Z., Yang Y. and Hasan M.M. Seismic isolation for existing structures : a review of retrofitting techniques, case studies, and trends. *Discover Civil Engineering*. 2025, vol. 2, article 137. DOI: 10.1007/s44290-025-00300-1.
2. Xiang H.J., Shi Z.F., Wang S.J. and Mo Y.L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. *Smart Materials and Structures*. 2012, vol. 21, no. 11, article 112003. DOI: 10.1088/0964-1726/21/11/112003.
3. Shi Z., Cheng Z. and Xiang H. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014, vol. 57, pp. 143–151. DOI: 10.1016/j.soildyn.2013.11.009.
4. Aravantinos-Zafiris N. and Sigalas M.M. Large scale phononic metamaterials for seismic isolation. *Journal of Applied Physics*. 2015, vol. 118, no. 6, article 064901. DOI: 10.1063/1.4928405.
5. Gupta A., Sharma R., Thakur A. and Gulia P. Metamaterial foundation for seismic wave attenuation for low and wide frequency band. *Scientific Reports*. 2023, vol. 13, article 2293. DOI: 10.1038/s41598-023-27678-1.
6. Zhao C., Zeng C., Huang H., Dai J., Bai W., Wang J. and Mo Y.L. Preliminary study on the periodic base isolation effectiveness and experimental validation. *Engineering Structures*. 2021, vol. 226, article 111364. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.111364.
7. Masoom M.N., Karim Q. ul Ain, Badar I., Khushnood R.A., Najam F.A. and Naseer A. Development of a new base isolation system using the concept of metamaterials. *Engineering Structures*. 2023, vol. 286, article 116151. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116151.
8. Wu Q., Xu Z., Xu P., Zeng W. and Chen X. Optimal design for rubber concrete layered periodic foundations based on the analytical approximations of band gaps and mapping relations. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. 2024, vol. 23, pp. 593–608. DOI: 10.1007/s11803-024-2259-3.
9. Muhammad and Lim C.W. From Photonic Crystals to Seismic Metamaterials : a Review via Phononic Crystals and Acoustic Metamaterials. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2022, vol. 29, no. 2, pp. 1137–1198. DOI: 10.1007/s11831-021-09612-8.
10. Oz M.F., Kumbasaroglu A., Yalciner H., Korozlu N., Babacan Y., Cimilli Çatır F.E. and Sayarcan D. Experimental Investigation of Metamaterial-Inspired Periodic Foundation Systems with Embedded Piezoelectric Layers for Seismic Vibration Attenuation. *Buildings*. 2025, vol. 15, no. 24, article 4399. DOI: 10.3390/buildings15244399.

Надійшла до редакції: 23.03.2026.

Прийнято після рецензування: 05.05.2026.

Дата публікації: 29.05.2026.